



## EJERCICIO: COMBINACIÓN EN ALTURA DE MUROS DE ALBAÑILERÍA ARMADA Y CONFINADA

Por: Ángel San Bartolomé  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Algunas veces se presentan casos donde el primer piso debe estar estructurado con placas de concreto armado, mientras que los pisos superiores podrían estar compuestos por muros de albañilería confinada. En estos casos, las placas deben diseñarse para que fallen por flexión (Norma E.060 "Concreto Armado"), mientras que en los muros confinados se acepta que fallarán por corte ante los sismos severos (Norma E.070 "Albañilería"). De este modo, a fin de ilustrar al lector del blog sobre cómo sería el procedimiento de diseño, se presenta el desarrollo del siguiente ejercicio, donde en vez de placas se tiene un muro de albañilería armada, que también, de acuerdo a la Norma E.070, debe fallar por flexión.



### EJERCICIO

Ante la condición de sismo severo, se pide diseñar por acciones coplanares los 3 muros mostrados en la figura. No se diseñarán las vigas soleras

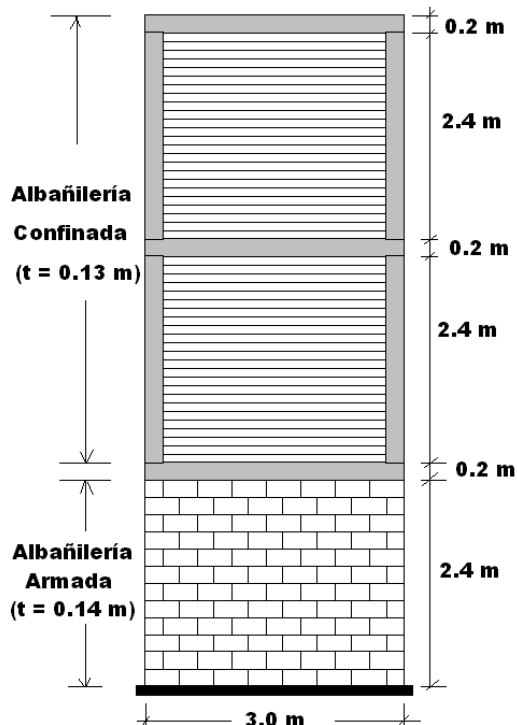
Suponer:

Albañilería Armada (piso 1)  
 espesor =  $t = 14\text{cm}$   
 $f'm = 95\text{ kg/cm}^2$   
 $v'm = 9.7\text{ kg/cm}^2$

Albañilería Confinada (pisos 2 y 3)  
 espesor =  $t = 13\text{cm}$   
 $f'm = 45\text{ kg/cm}^2$   
 $v'm = 5\text{ kg/cm}^2$

Acero  
 $f_y = 4200\text{ kg/cm}^2$

Concreto  
 $f'c = 175\text{ kg/cm}^2$



Las cargas de gravedad acumuladas ( $P_D$  y  $P_L$ , permanente y viva, respectivamente), y las fuerzas de sección ante sismo moderado ( $V_e$ ,  $M_e$ ), se muestran en la siguiente tabla.

<b>Cargas de Gravedad Acumuladas y Fuerzas de Sección ante Sismo Moderado</b>				
Piso	Carga de Gravedad Acumulada		Sismo Moderado	
	$P_D$ (ton)	$P_L$ (ton)	$V_e$ (ton)	$M_e$ (ton-m)
1	28	7	9.0	45.0
2	18	5	5.0	30.0
3	9	3	2.5	8.0

## 1. GENERALIDADES

Se usará la nomenclatura que se emplea en la Norma E.070.

### 1.1 Verificación de la Compresión por Cargas de Gravedad ( $\sigma < F_a$ )

- $P_m = P_D + P_L =$  carga axial máxima
- $\sigma_m = P_m / (t L) =$  esfuerzo axial máximo por carga de gravedad
- $F_a = 0.2 f' m [1 - (h / 35 t)^2] \leq 0.15 f' m =$  esfuerzo axial admisible
- $h = 2.4m =$  altura libre de la albañilería.
- $L = 3m =$  longitud del muro

<b>Tabla 1. Verificación de la Compresión.</b>						
Piso	$P_m$ (ton)	$t$ (m)	$\sigma_m$ (ton/m <sup>2</sup> )	$f' m$ (ton/m <sup>2</sup> )	$F_a$ (ton/m <sup>2</sup> )	Observación
1	35	0.14	83.33	950	142.5	$\sigma_m < F_a \dots Ok.$
2	23	0.13	58.97	450	64.96	$\sigma_m < F_a \dots Ok.$
3	12	0.13	30.77	450	64.96	$\sigma_m < F_a \dots Ok.$

### 1.2 Cálculo de la Resistencia al Agrietamiento Diagonal ( $V_m$ )

- $V_m = 0.5 v' m \alpha t L + 0.23 P_g =$  resistencia al agrietamiento diagonal
- $P_g = P_D + 0.25 P_L =$  carga de gravedad durante el sismo, considerando 25% de sobrecarga para un edificio destinado a vivienda u oficinas (Norma Sísmica E.030).
- $L = 3m$
- $1/3 \leq \alpha = V_e L / M_e \leq 1$

<b>Tabla 2. Cálculo de la Resistencia al Agrietamiento Diagonal (<math>V_m</math>).</b>							
Piso	$P_g$ (ton)	$t$ (m)	$v' m$ (ton/m <sup>2</sup> )	$V_e$ (ton)	$M_e$ (ton-m)	$\alpha$	$V_m$ (ton)
1	29.75	0.14	97	9.0	45	0.60	19.06
2	19.25	0.13	50	5.0	30	0.50	9.31
3	9.75	0.13	50	2.5	8	0.94	11.40

En todos los pisos, los valores de  $0.55 V_m$  son mayores que " $V_e$ ", por lo que los muros no se agrietan ante el sismo moderado.

## 2. DISEÑO DEL PRIMER PISO (Albañilería Armada con Bloques de Concreto Vibrado)

Se busca que la albañilería armada falle por flexión, por lo que para el diseño del refuerzo vertical se emplea un factor de amplificación de carga igual a 1.25, menor que la relación de fuerzas sismo severo – sismo moderado = 2.

### 2.1 Confinamiento de Bordes Libres por Flexocompresión ( $\sigma_u$ )

$$P_u = 1.25 P_m = 1.25 \times 35 = 43.75 \text{ ton}$$

$$M_u = 1.25 M_e = 1.25 \times 45 = 56.25 \text{ ton-m}$$

$$V_u = 1.25 V_e = 1.25 \times 9 = 11.25 \text{ ton}$$

$$A = \text{área de la sección transversal} = 0.14 \times 3 = 0.42 \text{ m}^2$$

$$I = \text{momento de inercia de la sección transversal} = 0.14 \times 3^3 / 12 = 0.315 \text{ m}^4$$

$$y = 1.5 \text{ m} = \text{distancia desde el centroide de la sección hasta la fibra extrema comprimida}$$

$$f'_m = 950 \text{ ton/m}^2$$

$$\sigma_u = P_u / A + M_u y / I = 43.75 / 0.42 + 56.25 \times 1.5 / 0.315 = 372 \text{ ton/m}^2 > 0.3 f'_m = 285 \text{ ton/m}^2 \rightarrow$$

Se necesita confinar los bordes libres.

En longitud:

$$\sigma_u = 0.3 f'_m = 285 = P_u / A + M_u (y - X) / I = 43.75 / 0.42 + 56.25 (1.5 - X) / 0.315 \rightarrow X = 0.49 \text{ m}$$

$\rightarrow$  confinar  $1\frac{1}{2}$  bloques (60cm).

En altura:

$$\sigma_u = 0.3 f'_m = 285 = P_u / A + (M_u - V_u X) y / I = 43.75 / 0.42 + (56.25 - 11.25 X) \times 1.5 / 0.315 \rightarrow$$

$X = 1.62 \text{ m} \rightarrow$  confinar 8 hiladas (1.6m).

### 2.2 Diseño del Refuerzo Vertical de los Extremos ( $A_s$ )

$$M_u = 1.25 M_e = 56.25 \text{ ton-m}$$

$$P_u = 0.9 P_D = 0.9 \times 28 = 25.2 \text{ ton} = \text{carga axial mínima}$$

$$P_o = 0.1 f'_m t L = 0.1 \times 950 \times 0.14 \times 3 = 39.9 \text{ ton}$$

$$\phi = 0.85 - 0.2 P_u / P_o = 0.85 - 0.2 (25.2 / 39.9) = 0.72 \text{ (mayor que 0.65 y menor que 0.85)}$$

$$D = 0.8 L = 0.8 \times 3 = 2.4 \text{ m} = \text{peralte efectivo}$$

$$f_y = 4.2 \text{ ton/cm}^2$$

$$A_s = [M_u / \phi - P_u L / 2] / (f_y D) = [56.25 / 0.72 - 25.2 \times 3 / 2] / (4.2 \times 2.4) = 4 \text{ cm}^2 \rightarrow 2 \phi 5/8''$$

### 2.3 Momento Nominal ( $M_n$ )

$$A_s = 4 \text{ cm}^2 = \text{área de acero colocada (2 } \phi 5/8'')$$

$$P_u = 1.25 P_m = 43.75 \text{ ton} = \text{carga axial máxima}$$

$$M_n = A_s f_y D + P_u L / 2 = 4 \times 4.2 \times 2.4 + 43.75 \times 3 / 2 = 105.94 \text{ ton-m}$$

### 2.4 Diseño por Corte

$$V_m = 19.06 \text{ ton (Tabla 2)}$$

$$V_u = 1.25 V_e = 11.25 \text{ ton}$$

$$M_u = 1.25 M_e = 56.25 \text{ ton-m}$$

$$M_n = 105.94 \text{ ton-m}$$

$$1.25 M_n / M_u = 1.25 \times 105.94 / 56.25 = 2.35 = \text{factor de amplificación}$$

$$V_{uf} = [1.25 M_n / M_u] V_u = 2.35 \times 11.25 = 26.49 \text{ ton} = \text{cortante ante sismo severo, asociado a la}$$

formación de la rótula plástica por flexión.

Como  $V_{uf}$  es mayor que  $V_m$ , se usará para el diseño del refuerzo horizontal  $V_{uf} = 26.49 \text{ ton}$ .

Esbeltez =  $M_e / (V_e L) = 45 / (9 \times 3) = 1.67 > 1 \rightarrow$  usar  $D = 0.8 L = 2.4 \text{ m}$

$v = V_{uf} / (t L) = 26.49 / (0.14 \times 3) = 63.07 \text{ ton/m}^2 < 0.1 f'c = 0.1 \times 950 = 95 \text{ ton/m}^2 \dots \text{Ok}$ .

$s = A_{sh} f_y D / V_{uf}$  = espaciamiento del refuerzo horizontal.

Usando varillas de 8mm, con  $A_{sh} = 0.5 \text{ cm}^2$ , dispuestas en el eje del muro, se tiene:

$s = 0.5 \times 4.2 \times 2.4 / 26.49 = 0.19 \text{ m} \rightarrow$  Usar 1  $\phi$  8mm cada hilada (cada 20cm, error de 5%).

Cuantía de refuerzo horizontal:  $\rho = A_{sh} / (s t) = 0.5 / (20 \times 14) = 0.0018 > 0.001 \dots \text{Ok}$ .

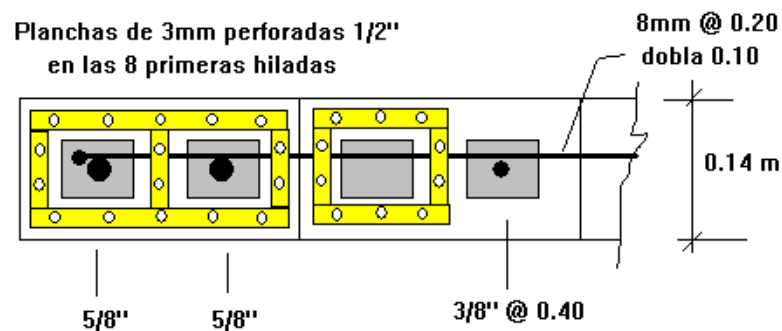
## 2.5 Refuerzo Vertical Interior

Se usa una cuantía mínima de 0.001 para evitar la falla por deslizamiento.

Empleando 1  $\phi$  3/8" @ 40cm, la cuantía es:  $A_s / (s t) = 0.71 / (40 \times 14) = 0.00127 > 0.001 \dots \text{Ok}$ .

## 2.6 Sección Transversal

De acuerdo a la Norma E.070, en bordes libres donde se use planchas de confinamiento, el diámetro de la primera barra vertical ( $D_b$ ) debe ser mayor que el espaciamiento entre planchas ( $s = 20 \text{ cm}$ ) dividido entre 13, a fin de evitar el pandeo de esta barra. En este caso se cumple esta disposición:  $D_b = 5/8" = 1.59 \text{ cm} > 20/13 = 1.54 \text{ cm}$ . También se cumple que la dimensión mínima de la celda ( $7.5 \text{ cm}$ ) debe ser mayor que  $5 \text{ cm}$  por cada barra o  $4D_b$  por el número de barras alojadas en la celda ( $4 \times 1.59 \times 1 = 6.36 \text{ cm} < 7.5 \text{ cm}$ ).



### 3. PISOS SUPERIORES (Albañilería Confinada hecha con Ladrillos de Arcilla)

#### 3.1 Verificación del Agrietamiento Diagonal (ver “Vm” en Tabla 2)

Cuando se produzca el sismo severo, el primer piso (de albañilería armada) fallará por flexión, alcanzando su máxima capacidad resistente  $Mn1 = 105.94 \text{ ton-m}$  (acápite 2.3), y los esfuerzos correspondientes al sismo moderado en los pisos superiores se verán amplificados por  $1.25 Mn1/Mu1 = Mn1/Me1 = 2.35$  (acápite 2.4). Este factor debe ser menor que  $R = 3$  y mayor que 2 (relación entre las fuerzas del sismo severo y moderado).

De esta manera, se tiene:

- Piso 2:  $Vu2 = 2.35 Ve2 = 2.35 \times 5 = 11.75 \text{ ton} > Vm2 = 9.31 \text{ ton} \rightarrow$  se agrieta el piso 2.
- Piso 3:  $Vu3 = 2.35 Ve3 = 2.35 \times 2.5 = 5.87 \text{ ton} < Vm3 = 11.4 \text{ ton} \rightarrow$  no se agrieta el piso 3.

### 4. DISEÑO DE LAS COLUMNAS DEL PISO 2 (Agrietado Diagonalmente)

Se utilizará la nomenclatura y las fórmulas indicadas en la Norma E.070. Este piso presenta un paño con 2 columnas extremas ( $Nc = 2$ ,  $Lm = L = 3m$ ). La resistencia del concreto es  $f'c = 0.175 \text{ ton/cm}^2$  y la del acero es  $fy = 4.2 \text{ ton/cm}^2$ .

#### 4.1 Fuerzas Internas en Columnas

La fuerza cortante en el piso 2 no pueden ser mayor que su capacidad resistente  $Vm2 = 9.31 \text{ ton}$  (Tabla 2), por tanto:

$$Vu = Vm = 9.31 \text{ ton}$$

$$Mu = (Vm / Ve) Me = (9.31 / 5) \times 30 = 55.86 \text{ ton-m}$$

$$Pc = Pg / Nc = 19.25 / 2 = 9.63 \text{ ton} = \text{carga de gravedad en las columnas.}$$

$$Vc = 1.5 Vm Lm / [L (Nc+1)] = Vm / 2 = 9.31 / 2 = 4.66 \text{ ton} = \text{cortante en columnas extremas.}$$

$$M = Mu - Vm h / 2 = 55.86 - 9.31 \times 2.6 / 2 = 43.76 \text{ ton-m}$$

$$F = M / L = 43.76 / 3 = 14.58 \text{ ton} = \text{fuerza axial producida por "M"}$$

$$T = F - Pc = 14.58 - 9.63 = 4.96 \text{ ton} = \text{tracción en la columna}$$

$$C = F + Pc = 14.58 + 9.63 = 24.21 \text{ ton} = \text{compresión en la columna}$$

#### 4.2 Área de Concreto por Corte-Fricción (Acf)

$$Acf = Vc / (0.2 f'c \phi) = 4.66 / (0.2 \times 0.175 \times 0.85) = 156.6 \text{ cm}^2 \geq 15 t = 15 \times 13 = 195 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{usar } 13 \times 15 \text{ cm.}$$

#### 4.3 Área de Acero Vertical (As)

Se considerará que el coeficiente de fricción concreto-concreto es  $\mu = 1$ , para juntas solera-columna rayadas, limpias y previamente humedecidas.

$$As = [Vc / \mu + T] / \phi fy = [4.66 / 1 + 4.96] / (0.85 \times 4.2) = 2.69 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{usar } 4 \phi 3/8" \text{ (As} = 4 \times 0.71 = 2.84 \text{ cm}^2 \text{)}.$$

#### 4.4 Área del Núcleo ( $A_n$ )

En este caso no existen muros transversales a las columnas  $\rightarrow \delta = 0.8$ . Se considerará 2cm de recubrimiento.

$$A_n = A_s + [C / \phi - A_s f_y] / (0.85 \delta f'_c) = 2.84 + [24.21/0.7 - 2.84 \times 4.2] / (0.85 \times 0.8 \times 0.175)$$

$$A_n = 193.24 \text{ cm}^2 = (13 - 4) X \rightarrow X = 21.47 \text{ cm} \rightarrow \text{usar } 13 \times 25 \text{ cm} > A_{cf} \text{ (acápite 4.2).}$$

#### 4.5 Estribos de Confinamiento

Se empleará estribos de  $\frac{1}{4}$ "  $\rightarrow A_v = 2 \times 0.32 = 0.64 \text{ cm}^2$

$A_c = 13 \times 25 = 325 \text{ cm}^2 =$  área bruta de la columna (ver acápite 4.4).

$A_n = (13 - 4) \times (25 - 4) = 189 \text{ cm}^2$  (difiere en menos de 5% al valor requerido  $193.2 \text{ cm}^2$ )

$t_n = 13 - 4 = 9 \text{ cm} =$  espesor del núcleo

Zona a confinar:

$1.5 d = 1.5 \times 25 = 37.5 \text{ cm}$ , no menor que 45cm  $\rightarrow$  usar 45cm

Espaciamiento:

$$S_1 = A_v f_y / [0.3 t_n f'_c (A_c/A_n - 1)] = 0.64 \times 4.2 / [0.3 \times 9 \times 0.175 (325/189 - 1)] = 7.9 \text{ cm}$$

$$S_2 = A_v f_y / [0.12 t_n f'_c] = 0.64 \times 4.2 / [0.12 \times 9 \times 0.175] = 14 \text{ cm}$$

$$S_3 = d / 4 = 25 / 4 = 6.25 \text{ cm}$$

$$S_4 = 10 \text{ cm}$$

Usar  $\square \frac{1}{4}$ " 9 @ 5cm, r @ 25cm.

#### 4.6 Verificación de la Necesidad de Usar Refuerzo Horizontal

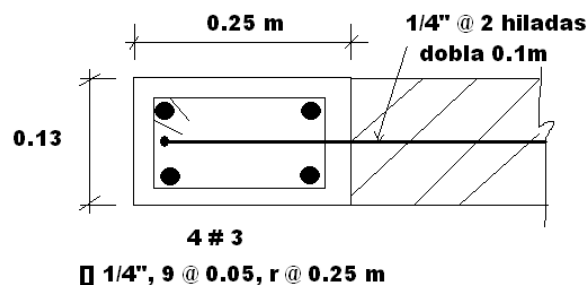
Puesto que el segundo piso se agrieta diagonalmente, se colocará una cuantía nominal de refuerzo horizontal (0.001) sí es que el esfuerzo axial máximo supera a 0.05 f'm.

$$\sigma_m = 58.97 \text{ ton/m}^2 \text{ (Tabla 1)} > 0.05 f'm = 0.05 \times 450 = 22.5 \text{ ton/m}^2 \rightarrow \text{usar refuerzo horizontal.}$$

Se utilizará 1 varilla de  $\frac{1}{4}$ " @ 2 hiladas  $\rightarrow$  cuantía:  $0.32 / (13 \times 20) = 0.00123 > 0.001 \dots \text{ Ok.}$

#### 4.7 Sección Transversal

El área de acero vertical mínima es  $A_s \text{ mín} = 0.1 f'_c A_c / f_y = 0.1 \times 0.175 \times 13 \times 25 / 4.2 = 1.35 \text{ cm}^2 \rightarrow$  manda 4  $\phi 3/8$ " (acápite 4.3).



## 5. DISEÑO DE LAS COLUMNAS DEL PISO 3 (No Agrietado Diagonalmente)

Se utilizará la nomenclatura y las fórmulas indicadas en la Norma E.070. Este piso presenta un paño con 2 columnas extremas ( $N_c = 2$ ;  $L = 3\text{m}$ ). La resistencia del concreto es  $f'c = 0.175\text{ ton/cm}^2$  y la del acero es  $f_y = 4.2\text{ ton/cm}^2$ .

### 5.1 Fuerzas Internas en Columnas

El factor de amplificación para pasar los esfuerzos del sismo moderado a sismo severo es  $M_{n1} / M_{e1} = 2.35$  (ver acápite 2.4 y 3.1).

$$V_u = 2.35 V_{e3} = 2.35 \times 2.5 = 5.87\text{ ton} \leq V_{m2} = 9.31\text{ ton} (*)$$

$$M_u = 2.35 M_{e3} = 2.35 \times 8 = 18.8\text{ ton-m}$$

$$P_c = P_g / N_c = 9.75 / 2 = 4.87 = \text{carga axial de gravedad en las columnas}$$

$$F = M_u / L = 18.8 / 3 = 6.27\text{ ton} = \text{carga axial en columnas producidas por "Mu"}$$

$$T = F - P_c = 6.27 - 4.87 = 1.4\text{ ton} = \text{tracción}$$

$$C = F + P_c = 6.27 + 4.87 = 11.14\text{ ton} = \text{compresión}$$

(\*)  $V_{u3}$  debe ser menor que  $V_{m2}$  ya que el piso 2 sólo es capaz de soportar  $V_{m2}$ ; en caso contrario, mayorar  $V_{e3}$  (y  $M_{e3}$ ) hasta que se iguale a  $V_{m2}$ .

### 5.2 Área de Acero Vertical ( $A_s$ )

En este caso, el cortante total es tomado por la albañilería no agrietada.

$$A_s = T / (\phi f_y) = 1.4 / (0.9 \times 4.2) = 0.37\text{cm}^2 \rightarrow \text{usar } 4 \phi 8\text{mm} \rightarrow A_s = 4 \times 0.5 = 2\text{cm}^2$$

### 5.3 Área del Núcleo ( $A_n$ )

$$A_n = A_s + [C / \phi - A_s f_y] / (0.85 \delta f'c) = 2 + [11.14 / 0.7 - 2 \times 4.2] / (0.85 \times 0.8 \times 0.175) = 65\text{cm}^2 = (13 - 4) X \rightarrow X = 7.2\text{cm} \text{ (13x11 cm)} \rightarrow \text{manda la dimensión mínima 13x15cm.}$$

### 5.4 Sección Transversal

El área de acero vertical mínima es  $A_s \text{ mín} = 0.1 f'c A_c / f_y = 0.1 \times 0.175 \times 13 \times 15 / 4.2 = 0.81\text{cm}^2 \rightarrow \text{manda } 4 \phi 8\text{mm}$  (acápite 5.2).

Los estribos de confinamiento son mínimos y no se requiere colocar refuerzo horizontal debido a que este piso no se agrieta diagonalmente.

