Universidad Alas Peruanas
FACULTAD DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA

UAP
UNIVERSIDAD ALAS PERUANAS

CALCULO VECTORIAL

MODULO 1
NÚMEROS REALES

DOCENTE: ALEX IPARRAGUIRRE ZAVALETA
Correo electrónico: alexiparraguirrepucp@hotmail.com

CHIMBOTE - 2013

MÓDULO DE APRENDIZAJE N°01

FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

ESCUELA DE INGENIERÍA AMBIENTAL

ESCUELA DE INGENIERÍA DE MINAS

Docente:Alex Iparraguirre Zavaleta Asignatura : Calculo Vectorial

CAPACIDAD: Resuelve ejercicios sobre operaciones combinadas en R aplicando axiomas, leyes y consecuencias de la propiedades, siguiendo una secuencia lógica

MOTIVACIÓN:

LECTURA 1 :

PARA UNA PERSONA COMO TÚ

El profesor Víctor le encomienda realizar una operación matemática a su mejor alumna Sofía Fernanda con las siguientes indicaciones: "debes multiplicar primero: 466063627 x 977503387, y al resultado que obtengas lo multiplicarás por 239 y obtendrás como resultado un número de 21 cifras todas iguales por lo increíble que parezca".

Si tú fueras Sofía Fernanda y te hubieran dado el ejercicio para resolver ¿cuál sería tu respuesta?

RESOLUCIÓN:

Multiplicando:

466063627 x 977503387 x 239

El sorprendente número es:

……

LECTURA 2 :

LOS SATÉLITES

Los satélites son instrumentos imprescindibles para el mantenimiento y ampliación de la red de comunicaciones; para la elaboración, cada vez más detallada, de mapas cartográficos, y para el estudio del tiempo.

Estos satélites se sitúan sobre el ecuador en órbita geoestacionaria a 36 000 kilómetros de distancia del centro de la Tierra. Esto significa que cada satélite gira con la Tierra permaneciendo siempre sobre el mismo punto.

Los mapas del tiempo que vemos en televisión se realizan a partir de las fotos que envía el Meteosat. Con los satélites Meteosat, Europa completó su primera generación de observadores del tiempo, lo que cambio radicalmente la predicción meteorológica; y así conservar su medio ambiente.

1. Supongamos que las órbitas del Meteosat son circunferencias, ¿Cuál es la longitud de cada órbita de Meteosat?

   $L = 2\pi\, r$

   $L = 2 \times 3{,}1416 \times$……

   La longitud de cada órbita es ……Km

2. ¿Cuántos kilómetros se desplaza un satélite Meteosat en 10 horas? Y, ¿En 2,5 horas? Y, ¿en ¾ de hora? Si sabes el recorrido que hace el Meteosat en 24 horas, entonces puedes resolver este ejercicio.

Tiempo (en horas)	Longitud (en Km)
24	
10	x

RESOLUCIÓN:

NOCIONES PREVIAS

RECORDANDO A LOS NÚMEROS RACIONALES(Q)

- El conjunto de números racionales se representa por Q.
- Toda fracción a/b (b ≠ 0) pertenece al conjunto Q.
- Dos fracciones a/b y c/d son equivalentes si

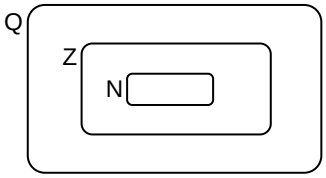
$$ad = bc$$

Ejemplo :

$\frac{1}{2}$ es equivalente a $\frac{3}{6}$ porque 1 x 6 = 2 x 3

en la práctica escribimos $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

- El conjunto N está incluido en el conjunto Z; el conjunto Z está incluido en el conjunto Q.



Es decir, números como 5; -3; 0, 1/2, -2/5, 7 1/3, 0,25, 0,4, $0,\hat{3}$, 0,5333...; pertenecen al conjunto Q porque todos pueden escribirse bajo la forma a/b.

RECUERDA :

Dada una fracción irreductible a/b, podemos obtener muchísimas fracciones equivalentes que conforman un conjunto al que se le llama clase de equivalencia.
Esta clase de equivalencia recibe también el nombre de número racional.
Para no escribir toda la clase de equivalencia podemos referirnos a ella escribiendo solo a/b.

NUMEROS IRRACIONALES(I)

Se llama así a todos aquellos números que no pueden ser escritos bajo la forma a/b.
¿Cómo los reconocemos? ... muy sencillo :
En su parte decimal tienen infinitas cifras sin presentar período alguno.

En estos número constituyen un conjunto denominado conjunto de números irracionales y se le representa así : I

Ejemplos :

1) 2,2360679...
2) 1,4142135...
3) 3,14159265...
4) 2,71828128...

Algunos de estos números irracionales son el resultado de efectuar ciertas operaciones de radicación, por ejemplo :
$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$ etc, tienen como resultado números irracionales.
Así :

$\sqrt{2}$ = 1,4142135...
$\sqrt{3}$ = 1,7320508...
$\sqrt{5}$ = 2,2360679...
$\sqrt{6}$ = 2,4494899....
$\sqrt{7}$ = 2,6457513....
$\sqrt{8}$ = 2,8284271....
$\sqrt{10}$ = 3,1622776....
$\sqrt{11}$ = 3,3166247....
$\sqrt{13}$ = 3,6055512....
$\sqrt{14}$ = 3,7416573....

CUIDADO:

$\sqrt{2}$ es una operación cuyo operador RADICAL afecta al número 2 y produce como resultado el número irracional

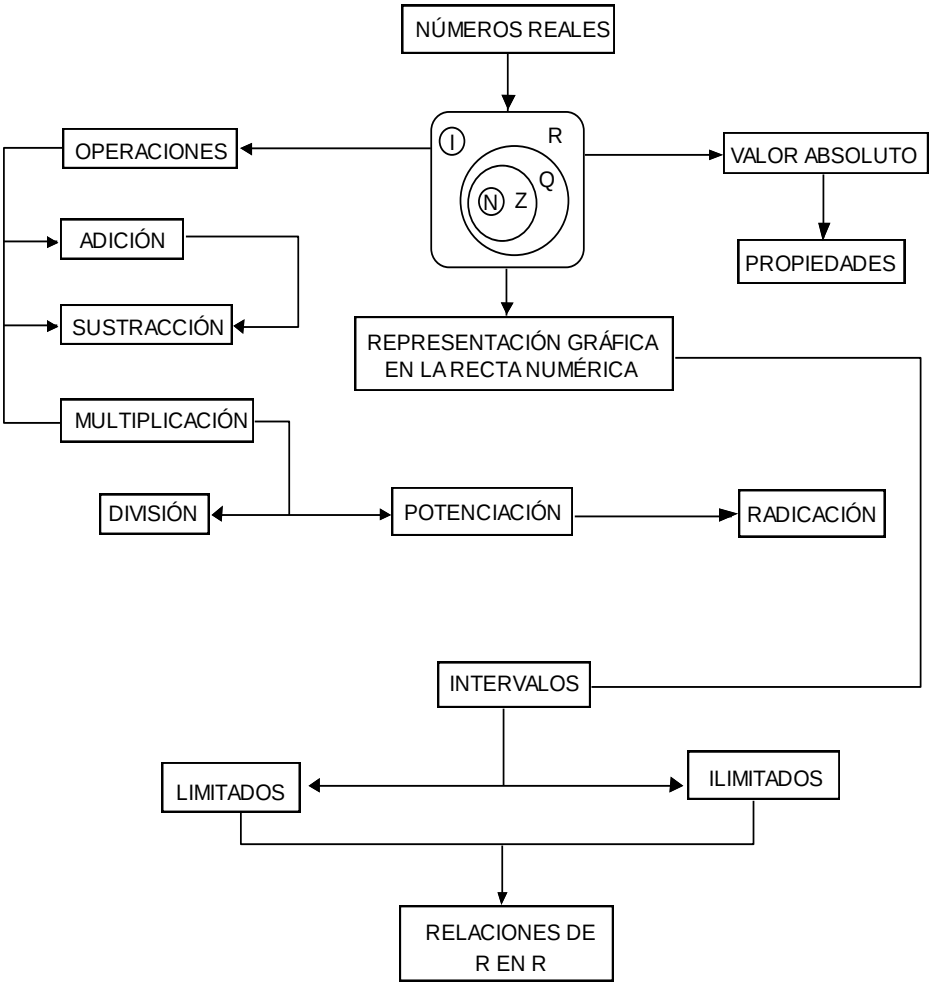
Otros números irracionales son empleados en temas más avanzados de Matemática, así por ejemplo :
π; que se lee "PI" y equivale al siguiente número irracional :

$$\pi = 3,14159265...$$

Los conjuntos de números racionales (Q) e irracionales (I) no tienen elementos comunes.

DESARROLLO DEL CONTENIDO

NUMEROS REALES



EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES (R)

El conjunto de números racionales está conformado por todos aquellos que adoptan la forma de una fracción, pero hay números que no se pueden escribir así. A estos últimos los llamamos irracionales. De modo que RACIONALES e IRRACIONALES conforman el CONJUNTO DE NÚMEROS REALES.

NÚMEROS REALES

La unión de los conjuntos de números racionales e irracionales recibe el nombre de conjunto de números reales. Al conjunto de números reales se le representa así : R

es decir : $Q \cap I = R$

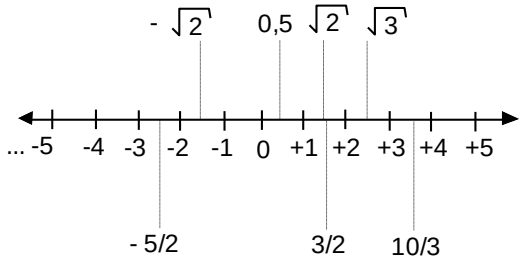
Ejemplos :

Los siguientes números pertenecen al conjunto de números reales :

0,5, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $1+\sqrt{5}$, $\pi+2$; -7; $-5/3$, $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, etc.

LOS NÚMEROS REALES EN LA RECTA NUMÉRICA

Si en la recta numérica, donde hemos ubicado a los números racionales, ubicamos también a los números irracionales tendremos entonces, representados a los NÚMEROS REALES EN LA RECTA NUMÉRICA.



RECUERDA QUE :

Todo número que puede escribirse bajo la forma de una fracción, recibe el nombre de NÚMERO RACIONAL.

Así :

2; 0,5; ½ ; -8 ; 10/3 ; 0,06; $0,\overset{\frown}{3}$; $0,568\overset{\frown}{}$

¡ IMPORTANTE!

Cuando trazamos una recta sobre un papel, estamos graficando infinitos puntos sobre él. Si a cada uno de esos puntos le asociamos un número, entonces tenemos una RECTA NUMÉRICA.

Acerca de esta RECTA NUMÉRICA para R, hagamos las siguientes observaciones :

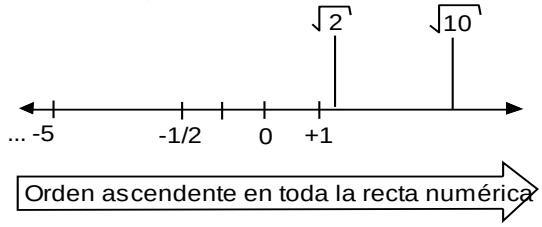
- Si sólo ubicamos a los NATURALES o a los ENTEROS en la RECTA NUMÉRICA, no a todos sus puntos les corresponde un número N o Z.
- Si ubicamos a los REALES en la RECTA NUMÉRICA, cada uno de sus infinitos puntos están asociados con cada uno de los infinitos números R.
- Los números N, Z, Q, I, R situados a la derecha del CERO siempre son positivos. Los que se sitúan a la izquierda del CERO siempre son NEGATIVOS.

  Es decir, Si a > 0, entonces a es positivo

  Si a < 0, entonces a es negativo

  donde a ∈ R
- El conjunto R, representando en la recta numérica es un conjunto ordenado de menor a mayor, de izquierda a derecha a lo largo de toda la recta.

  Si a y b ∈ R; a < b si en la recta numérica, a se ubica a la izquierda de b.



De modo que : $-5 < -1/2$

$0 > -1/2$

$0 < \sqrt{2}$

- Entre dos números reales, por más cerca que se encuentren el uno del otro en la recta numérica, siempre hay otro número real. Esto nos permite afirmar que entre dos números reales existen otros infinitos números reales; esta característica nos dice que el conjunto R es DENSO.
- Todo número real tiene un punto asociado a él en la recta numérica; por eso decimos que el conjunto R es COMPLETO.
- Si deseamos hallar un número real comprendido entre otros dos, sólo tenemos que sumar dichos números y dividir la suma por 2.

  Así : Entre 2,15 y 2,16 tenemos 2,155

  Entre 2 y $\sqrt{5}$ tenemos 2,12 ($\sqrt{5}$ aproximado al centésimo)

¡CUIDADO!

$$\sqrt{5} = 2{,}360679\ \ldots$$

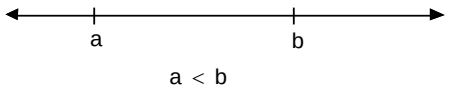
Si se desea aproximar este número al centésimo, debemos quedarnos sólo con dos cifras decimales, para lo cual tendremos en cuenta lo siguiente :

Si la tercera cifra decimal es MENOR que 5, la segunda cifra decimal se deja como está.

Si la tercera cifra decimal es MAYOR IGUAL que 5, aumentamos una unidad a la segunda cifra decimal.

- **COMPARACIÓN DE NÚMEROS REALES**

Dados dos números reales a y b ubicados en la recta numérica será menor el que se encuentre a la izquierda del otro.



Si no los ubicamos en la recta numérica, es posible comparar dos números reales considerando lo siguiente :

Si los dos números reales son de signo distinto, será mayor el de signo positivo.

1) $\sqrt{5} > \sqrt{3}$ porque : 2,2360679 ... > 1,7320508...

2) Comparar $-\frac{7}{3}$ y $-\sqrt{7}$

Escribiendo en decimales:

$-\frac{7}{3} = -2{,}3333...$

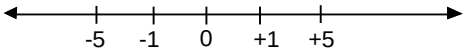
$-\sqrt{7} = -2{,}64557513$

Entonces : $-2{,}333... > -2{,}6457513...$,

ya que $-2{,}3 > -2{,}6$

¡CUIDADO!

Si nos situamos en la RECTA NUMÉRICA, tendremos por ejemplo:



$+1 < +5$

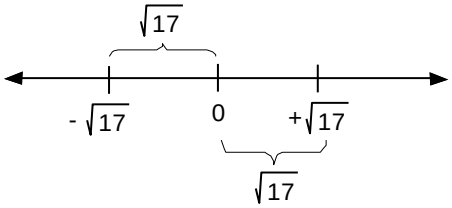
$-5 < -1$

¡Mucho cuidado al comparar números negativos!

- **VALOR ABSOLUTO $|a|$**

El valor absoluto de un número real es la distancia del CERO a dicho número.

Es decir :



Es fácil notar que la distancia de 0 a $+\sqrt{17}$, es la misma que de 0 a $-\sqrt{17}$, entonces podemos afirmar que el valor absoluto de $+\sqrt{17}$ es el mismo que el de $-\sqrt{17}$

Así : $\left|+\sqrt{17}\right| = \sqrt{17}$

$\left|-\sqrt{17}\right| = \sqrt{17}$

En general, si a es un número real, el valor absoluto de a se representa como $|a|$ y está definido así :

$|a| = a$ si $a > 0$

$|a| = 0$ si $a = 0$

$|a| = -a$ si $a < 0$

¡ ATENCIÓN !

Siendo a un número real, entonces :

$a > 0$

significa : "a es un número real positivo"

Además :

$a < 0$

significa : "a es un número real negativo"

Ejemplos :

1) $|-5| = -(-5) = +5$

2) $|\sqrt{2}| = \sqrt{2}$

RECUERDA QUE

EL VALOR ABSOLUTO es una distancia.
Toda distancia es positiva.
Entonces, el VALOR ABSOLUTO de cualquier número real distinto de CERO siempre es POSITIVO

EL SISTEMA DE LOS NÚMEROS REALES $\mathbf{R}$

Definición: Conjunto es aquel provisto de dos operaciones: La adición (+) y multiplicación (x) y una relación de igualdad (=) y una relación de orden o desigualdad (>), las cuales satisfacen los axiomas correspondientes.

AXIOMAS DE LA ADICIÓN Y LA MULTIPLICACIÓN

I. AXIOMAS DE LA ADICIÓN:

AXIOMA 1: CLAUSURA O EXISTENCIA:

$$\forall a;b \in \mathbf{R} \Rightarrow a+b \in \mathbf{R}$$

Ejemplo:

$$3 \in \mathbf{R},\ 8 \in \mathbf{R} \Rightarrow (3+8) \in \mathbf{R}$$

AXIOMA 2: CONMUTATIVIDAD:

$$\forall a;b \in \mathbf{R} \Rightarrow a+b=b+a \in \mathbf{R}$$

Ejemplo:

$$6 \in \mathbf{R},\ 5 \in \mathbf{R} \Rightarrow 6+5 = 5+6 \in \mathbf{R}$$

AXIOMA 3: ASOCIATIVIDAD:

$$\forall a;b;c \in \mathbf{R} \Rightarrow (a+b)+c=a+(b+c) \in \mathbf{R}$$

Ejemplo:

$$5;7;12 \in \mathbf{R} \Rightarrow (5+7)+12 = 5+(7+12)$$

AXIOMA 4: EXISTENCIA DEL ELEMENTO NEUTRO ADITIVO:

$$\exists!0 \in \mathbf{R},\ \forall a \in \mathbf{R} \Rightarrow 0+a=a+0=a$$

Ejemplo:

$4 + 0 = 0 + 4 = 4$ " El cero no altera la adición"

AXIOMA 5: Existencia del Inverso Aditivo u Opuesto:

$$\forall a \in \mathbf{R},\ \exists!(-a) \in \mathbf{R}, \Rightarrow a + (-a) = (-a) + a = 0$$

Ejemplo:

8 + (−8) = 0 ; " (−8) es el opuesto ".

CONSECUENCIAS:

1. La suma de dos elementos opuestos es cero.
2. Si : a y b ∈ R : TAL QUE a + b = 0
   ⇒ a y b SON OPUESTOS
3. Si: x ∈ R ⇒ Op (x) = −x "Opuesto de"

Ejemplos:

Op (4) = −4
Op (−7) = 7
Op (x + 6) = − (x + 6)

II. AXIOMAS DE LA MULTIPLICACIÓN:

AXIOMA 1: CLAUSURA O EXISTENCIA:

Si a y b ∈ R ⇒ ab ∈ R

Ejemplo:

8 ∈ R y 6 ∈ R ⇒ (8)(6) ∈ R

AXIOMA 2: CONMUTATIVIDAD:

Si a , b ∈ R ⇒ a b = b a

Ejemplo:

5 ∈ R y 6 ∈ R ⇒ 5 x 6 = 6 x 5

AXIOMA 3: ASOCIATIVIDAD:

Si a , b y c ∈ R ⇒ (a b) c = a (b c)

Ejemplo:

5 ∈ R , 6 ∈ R y 8 ∈ R ⇒(5 x 6) 8 = 5 (6 x 8)

AXIOMA 4: EXISTENCIA DEL ELEMENTO NEUTRO MULTIPLICATIVO:

∃! 1 ∈ R , ∀ a ∈ R : (1) a = a

Ejemplo:

25 (1) = 25 " La unidad no altera la multiplicación"

AXIOMA 5: EXISTENCIA DEL INVERSO MULTIPLICATIVO O RECÍPROCO:

$$\forall a \in \mathbf{R} - \{0\},\ \exists!\left(\frac{1}{a}\right) \in \mathbf{R};\ a\left(\frac{1}{a}\right) = 1$$

Ejemplo:

Si 4 ∈ R − { 0 } ⇒ $\left(\frac{1}{4}\right)$ es el inverso o recíproco

CONSECUENCIAS:

1. El cero carece de recíproco.
2. Si a y b ∈ R − { 0 } tal que a b = 1
   a y b SON RECÍPROCOS
3. Si a ∈ R − { 0 }

Rec (a) = $\left(\frac{1}{a}\right)$ Operador recíproco de "a"

Ejemplo:

Rec (9) = $\left(\frac{1}{9}\right)$

$$\text{Rec}\left(-\frac{4}{9}\right) = \frac{1}{-\frac{4}{9}} = -\frac{9}{4}$$

AXIOMA 6: AXIOMA DE DISTRIBUCIÓN DE LA MULTIPLICACIÓN RESPECTO A LA ADICIÓN:

Si: a , b , c ∈ R ⇒ a (b + c) = a b + a c

Ejemplo:

7 (3 + 9) = (7 x 3) + (7 x 9)

AXIOMA 7: EXISTENCIA DEL ELEMENTO ABSORBENTE DE LA MULTIPLICACIÓN:

∀ a ∈ R , ∃! 0 ∈ R : a x 0 = 0

El elemento cero es el elemento absorbente de la multiplicación.

Ejemplo:

5 x 0 = 0 ; (− 13) x 0 = 0

POTENCIACIÓN EN R

Para un número real a y un número entero positivo n se define la potencia enésima de a al número que se obtiene al multiplicar n veces el factor a

$$a^n = \underbrace{a.a.a.a.....a}_{\text{"n" factores}} = p$$

Regla de los signos:

- Si la base es positiva, cualquier potencia es positiva
- Si la base es negativa y el exponente par, la potencia es positiva
- Si la base es negativa y el exponente impar, la potencia es negativa.

PROPIEDADES:

a). Multiplicación de potencias de igual base

$$a^n.a^m = a^{n+m}$$

b). División de potencias de igual base

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

c). Exponente nulo (o cero)

$$\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 \Rightarrow a^0 = 1$$

d). Exponente negativo

$$\frac{a^0}{a^n} = a^{0-n} = a^{-n} \, pero \, \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n} \Rightarrow a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

e). Potencia de potencia

$$\left(\left(a^n\right)^m\right) = a^{n.m}$$

f). Potencia de una multiplicación

$$(a.b)^n = a^n.b^n$$

g). Potencia de una división

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; \; b \neq 0$$

RADICACIÓN EN R.

La raíz enésima de a, que se denota por $\sqrt[n]{a}$ es el número r tal que $r^n = a$, es decir: $\sqrt[n]{a} = r \Rightarrow r^n = a$

Regla de los signos:

- Si la cantidad subradical es positiva, la raíz de índice par o impar es también positiva.

$$\sqrt[par]{+} = + \quad ó \quad \sqrt[impar]{+} = +$$

- Si la cantidad subradical es negativa sólo tiene raíz de índice impar; la raíz de índice par no pertenece al campo de los números reales.

$$\sqrt[impar]{-} = - \quad y \quad \sqrt[par]{-} \notin R$$

PROPIEDADES:

a). Raíz de una multiplicación

$$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$$

b). Raíz de una división

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad b \neq 0$$

c). Raíz de raíz

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$$

d). Raíz de una potencia

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$$

e). Potencia de exponente fraccionario

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a}^m$$

OPERACIONES CON NÚMEROS REALES

Al efectuar las operaciones con números reales se nos presenta un problema, de que las cifras decimales de los números que intervienen en la operación son infinitas; es por eso necesario restringir el número de estas cifras mediante el redondeo.

- Si esta cifra es 5 o mayor que 5, entonces la cifra anterior aumenta en uno.
- Si esta cifra observada es menor que 5, entonces la cifra anterior se escribe igual.

1. ADICIÓN DE NÚMEROS REALES: La adición de números reales es la operación que hace corresponder a cada par ordenado (a;b) del producto cartesiano RxR un tercer número real llamado suma.

Ejemplo:

1. Hallar la suma de $\sqrt{5}$ y π con aproximación al centésimo. Rpta: 5,38

2. Efectuar con aproximación a las milésimas:
$\frac{5}{12} + 6{,}3 + \sqrt{2}$ Rpta: 8,131

2. SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS REALES: La diferencia de dos números reales a y b, denotado por a-b, se obtiene sumando al minuendo el opuesto del sustraendo. Es decir: $a - b = a + (-b)$
Entonces, la sustracción es un caso particular de la adición de números reales:

Ejemplo:

1. Efectuar con aproximación a las milésimas:

$-\sqrt{2}-\frac{3}{4}$ Rpta:-2,164

2. De π restar $\sqrt{8}$ con aproximación al centésimo. Rpta: 0,31

3. Restar $1\frac{5}{6}$ de $\sqrt{2}$ con aproximación a las milésimo Rpta:-0,419

3. MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS REALES: La multiplicación en R es una operación que hace corresponder a cada par de números reales (a;b) llamados factores, un tercer número real único llamado producto de a y b.

El producto de a y b se puede escribir de cualquiera de las siguientes formas: $a\times b=a.b=ab$.

Ejemplo:

3. Efectuar con aproximación al centésimo`

$-\pi\times\left(-\sqrt{3}\right)\times\left(-2,\overline{86}\right).$ Rpta:-15,59

4. Efectuar con aproximación a las milésimas:

$\left(-3,8729....\right)\left(\sqrt{2}-3,\overline{45}\right)$ Rpta: 7,905

4. DIVISIÓN DE NÚMEROS REALES: La división de números reales es la operación que hace corresponder a cada par ordenado (a;b) del producto cartesiano RxR, un tercer número real ($a\div b$) llamado cociente; siempre que "b" sea diferente de cero: $a\div b=c$

Ejemplos:

1. Hallar el cociente con aproximación al milésimo:

$$54\sqrt{5}\div\frac{27}{5}$$

2. Efectuar con aproximación al centésimo:

$$8\pi\div2\sqrt{3}$$

3.

3. Redondear el valor de $\sqrt{2}$ a centésimo.

REGLAS PARA DESARROLLAR OPERACIONES COMBINADAS:

Para desarrollar operaciones combinadas en R se debe hacer respetando las siguientes reglas:

1. Primero se realizan las operaciones dentro de los signos de agrupación, de adentro hacia fuera.
2. luego la potenciación y la radicación en el orden que se encuentran.
3. A continuación las multiplicaciones y divisiones, estas en el orden que se presenten (de izquierda a derecha).
4. Por último las adiciones y sustracciones en el orden que se presenten.

* Las aproximaciones se efectúan en cada etapa de las operaciones

PRÁCTICA DE CLASE

1.¿Cuál de los siguientes resultados no es un número racional?

a) $\frac{1}{\sqrt{0,25}}$ b) $\sqrt{1,777\ldots}$ c) $\sqrt[3]{0,296296296\ \ldots}$

d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ e) N.A.

2. Calcular : $\left|\sqrt{2}-\sqrt{3}\right|+\left|1-\sqrt{3}\right|+\left|1-\sqrt{2}\right|$ +2 y dar la respuesta con aproximación a los centésimos.

a) 3,4 b) 3,45 c) 3,46 d) 4,3 e) N.A.

3. Efectuar : $\sqrt{27}\,.\sqrt{3}\,.\sqrt{8}\,.\sqrt{2}\,.\sqrt{5}\,.\sqrt{125}$ y dar como respuesta la raíz cuadrada del resultado obtenido

a) 12 b) 30 c) 31 d) 32 e) N.A.

4. Calcular : $\sqrt{54}\,.\sqrt{\frac{2}{3}}\,.\sqrt{\frac{27}{2}}\,.\sqrt{\frac{32}{3}}$

a) 21 b) 42 c) 46 d) 72 e) N.A.

5. Efectuar : $\sqrt{\frac{0{,}125}{0{,}32}} \times \sqrt{\frac{2}{5}} \times \sqrt{\frac{1}{10}} \times \sqrt{0{,}444\ldots} \times \left(\frac{1}{9}\right)^{-1}$

a) 0,70 b) 0,71 c) 0,72
d) 0,74 e) 0,75

6.Evaluar : $\frac{\sqrt{8\sqrt{4}}}{\sqrt[3]{9\sqrt{9}}}$ x (0,272727...)(0,1222...) y dar la respuesta como número decimal.

a) $0{,}\widehat{4}$ b) $0{,}0\widehat{4}$ c) $0{,}\widehat{3}$ d) 1 e) N.A.

7.Multiplicar los radicales homogéneos :

$$\sqrt[n+2]{n}\ ,\ \sqrt[4]{3}\ ,\ \sqrt[m-1]{m}$$

a) $\sqrt[4]{30}$ b) 30 c) 30^4 d) 4 e) N.A.

8. Sumar los radicales semejantes :

$$\sqrt[n+1]{n}\ ,\ \sqrt[2n-3]{m}\ ,\ \sqrt[n\ p]{x}$$

a) $6\sqrt{4}$ b) $\sqrt{4}$ c) 6^5 d) $6\sqrt[5]{4}$ e) N.A.

9. Efectuar : $\frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{2}}$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) N.A

10. Resuelve las siguientes operaciones con aproximación:

a) Centésimo: $\sqrt{13} - \frac{5}{6} \div \left[16 - 4\left(8 - 3{,}\overline{58}\right)\right]$

b) decimo: $\sqrt{10} \div \left[6 - 2\left(\sqrt{5} - 0{,}\overline{3}\right)\right]$

c) milésimo: $\left(4{,}8362 + 3{,}7\right) \div \frac{5}{2} + 2{,}18\sqrt{3}$

d) Centésimo: $7{,}\overline{8} - \frac{12}{5} \div \left(2{,}24 - \sqrt{5} \div 0{,}6\right)$

e) Milésimo: $2\sqrt{5} \div \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{8}\right)$

11. Efectúa cada una de las operaciones con aproximación al centésimo en algunos casos.

12) De $\sqrt{8}$ resta la suma de $\sqrt{3}$ -1 con 1+ $\sqrt{3}$

a) 0,5 b) -0,21 c) -0,64 d) 0,21 e) N.A.

13) Resuelva: $16 \div \frac{8}{\sqrt{8}} - 6\sqrt{2}x\frac{1}{6} + 3\sqrt{3} \div \sqrt{3}$

a) 6,28 b) 7,37 c) 7,24 d) 4,49 e) N.A.

14) Resolver: (0,555... - 1,222...) 0,3

a) 1 b) -1 c) 0,2 d) -0,2 e) 0,5

15. Si : $x + \frac{x-1}{1+\frac{3}{5}}$ es un elemento de $\mathbf{R}$, cuyo correspondiente reflexivo es: $1 - \frac{x}{8}$ .Calcular x:

a) 18/16 b) 10/12 c) 13/14 d) 14/13 e) N.A

16. Si: $\frac{-3a}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}$ y $\frac{-3a-1}{1+\frac{1}{2+\frac{1}{3}}}$. Son elementos inversos aditivos. Calcular " a ":

a) -7/39 b) -3/32 c) 13/11
d) -14/31 e) N.A

17. Si: $1 + \frac{4}{x+11}$ y $1 - \frac{3}{x+8}$; x $\in$ $\mathbf{R}$. Son elementos inversos multiplicativos. Hallar " x ":

a) 18 b) 10 c) 13 d) 14 e) N.A

18. Simplificar:

$$K = Op\left(2x+5\right) + Rec\left(\frac{4}{7x-3}\right) + Op\left(Rec\left(\frac{12}{x-1}\right)\right)$$

a) $K = -\left(4x+39\right)$ b) $K = -\frac{1}{6}\left(2x+34\right)$

c) F.D d) $K = -\frac{1}{6}\left(2x+39\right)$ e) N:A

19. Si: $Op\left(-6x+7\right)$ y $Rec\left(\frac{-19x+1}{-3}\right)$ son elementos inversos multiplicativos. Hallar " x ":

a) -20 b) 10 c) 21 d) 49 e) 36

20. Si: M y N son elementos recíprocos. Siendo:

$$\frac{M-1}{3} = \frac{2x-7}{3} - 1 \quad ; \quad \frac{N+1}{5} - 1 = \frac{-4x-7}{5(x+2)}$$

Calcular: M y N.

a) 12 y 1/12 b) 11 c) 21 d) 13 y 1/13 e) N:A

21. Si: $\frac{21M}{10}$ y $\frac{3N}{7}$ son elementos recíprocos, calcular " x ", siendo:

$$M = \frac{2x-7}{3}, \quad N = \frac{12}{3x-1}$$

a) $5\frac{16}{21}$ b) $3\frac{16}{21}$ c) 121 d) $5\frac{16}{31}$ e) N.A

22. Resolver el sistema:

$$\begin{cases} Op(2x+5) + Rec(y) = Op(5) \\ 2\,Op(-x+2) + 3\,Rec(4y) = Rec(\frac{1}{7}) \end{cases}$$

a) $\frac{22}{7}, \frac{7}{44}$ b) $\left\{\frac{22}{7}, \frac{7}{44}\right\}$ c) $\left(\frac{22}{7}, \frac{7}{44}\right)$
d) $\left\{\left(\frac{22}{7}, \frac{7}{44}\right)\right\}$ e) N.A

23. Simplificar en términos de "b".

$K = (ab)^2 (ab^2)^3 (a^3 b)^4 (b^4)^2 a^{-9}$

Sabiendo que a^2 y b^7 son recíprocos.

a) b^{-10} b) b^{-8} c) b^{-12} d) b^{-14} e) N.A

24. Si: $\frac{x}{4}$ y 3z son elementos R de opuestos, simplificar en términos de "x":

$$E = 2(x+z) + 3(4x+z) + 5(2x-3z)$$

a) $E = \frac{149x}{6}$ b) $E = \frac{109x}{6}$ c) $E = \frac{119x}{6}$
d) $E = \frac{136x}{6}$ e) N.A

25. Hallar el valor de "x" de manera que "4K" y "1/3 Q" sean recíprocos entre sí, sabiendo que:

$$Op(3K+1) = \frac{2x+13}{-5} \quad y \quad Rec\left(\frac{2}{Q}\right) = \left(\frac{3x-5}{2} - 1\right)^{-1}$$

a) 443/103 b) 313/105 c) 121/107
d) 43 e) N.A

26. Hallar el valor de "x" para el cual los elementos "a" y "b" son opuestos. Sabiendo que:

$$Rec\left(a^{80}\right) = 32^{-8x}$$

$$Op(-b) = -2^{\frac{800-50x}{100}} + 2^{\frac{70-5x}{10}}$$

a) 9 b) 10 c) 5 d) 7 e) N.A

PRÁCTICA DOMICILIARIA

1. Si: $\frac{a-4}{3} + 7$ y $\frac{b-7}{5} - \frac{b-1}{2}$. Son elementos neutros aditivos. Calcular "a y b".

a) −3 y −17 b) −17 C) −3
d) −17 y −3 e) N.A

2. Si: $\frac{x}{6} - \frac{x - \frac{1}{2}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}} - \left(\frac{2}{15} - \frac{x}{9}\right)$

representa al elemento neutro de la adición. Hallar el valor de x.

a) 3/2 b) 3/5 c) 3/7 d) 3/8 e)3/11

3. Obtener el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$K = Op(24x-1) + Op(6x+1) + Op(10x+5) = -65$$

a) 5 b) 3/2 c) { 3/2 } d) 9 e) N.A

4. Hallar el conjunto solución de la ecuación siguiente:

$$30\,Rec\left(\frac{10}{x+1}\right) + 4\,Rec\left(\frac{4}{5(x+3)}\right) + (x+5)Rec\left(\frac{1}{7}\right) = 68$$

a) { 1 } b) 1 c) { 1/2 } d) 1/2 e) N.A

5. Si los elementos de R :Son inversos aditivos. Hallar el valor de"x":

$$Rec\left(\frac{x+2}{6}\right) + Rec\left(\frac{2-x}{x+2}\right) \quad y \quad Rec\left[Op\left(\frac{4-x^2}{x^2}\right)\right]$$

a) 8 b) 9 c) 10 d) 11 e) 12

6. Si los elementos de R son:

$$\frac{7a}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}} \qquad \frac{7a-1}{1+\frac{1}{2+\frac{1}{3}}}$$

Hallar el valor de "a" que les permite ser opuestos:

a) 1/7 b) 1/9 c) 1/11 d) 1/13 e) 1/15

7. Si P/3 y 3Q son opuestos. Siendo:

$$P = \frac{3x+4}{2} + 7 \quad , \quad Q = \frac{2x-1}{4} + 3$$

Calcular "x":

a) − 45/8 b) 10 c) 21 d) 49/9 e) N.A

8. Si:

$$a = \frac{Op(x) + 5}{Rec(3)}$$

$$b = \frac{Op(3x) + 2}{Rec(6)}$$

Hallar "x" si; el opuesto de "a" más el recíproco de (1/b) es igual que 5.

a) – 8/17 b) – 8/15 c) – 8/13
d) – 8/9 e) – 8

9. Si a, b y c son elementos de $\mathbb{R}$ indicar cuál de las afirmaciones resulta verdadera:

I) $a = b \Rightarrow a + c = b + c$
II) $a = b \Rightarrow ac = bc$
III) $a = b \Rightarrow a/c = b/c$

a) I y II son falsos. b) II y III son falsos
c) Sólo I es verdadero d) Sólo II es verdadero
e) Sólo I y II son verdaderos.

10. Si a, b y c son reales:

I) $a + c = b + c \Rightarrow a = b$
II) $ac = bc \Rightarrow a = b$
III) $a/c = b/c \Rightarrow a = b$

Son verdaderos:

a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo I y II
d) Sólo II y III e) Sólo III

11. Sean las afirmaciones:

I) Si $a \in \mathbb{R}$, $\exists! x \in \mathbb{R}$ / $a.x = a$
II) Si $a \in \mathbb{R}$, $\exists! x \in \mathbb{R}$ / $a + x = a$
III) Si $a, x \in \mathbb{R} \Rightarrow (a + x)^2 = a^2 + x^2$

a) VFV b) FFV c) VVV d) FVF e) VVF

12. Si "a" y "x" son elementos de $\mathbb{R}$ obtener el valor de verdad en cada afirmación:

I) $\forall a \in \mathbb{R}$, $\exists! x \in \mathbb{R}$ / $a + x = 0$
II) $\forall a \in \mathbb{R}$, $\exists! x \in \mathbb{R}$ / $a . x = 1$
III) $\frac{x}{x} = 1 \ \forall x \in \mathbb{R}$

a) VVV b) FFV c) VVF d) VFF e) FFF

13. En relación a las siguientes afirmaciones:

I) $\frac{1}{a} = a^{-1} \quad \forall a \in \mathbb{R}$
II) $a - b = a + (-b) \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$
III) $\frac{a^2 - b^2}{a + b} = a - b \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$

a) VFV b) FVV c) VVV d) VVF e) FVF

14. Indicar el valor de verdad de cada afirmación:

I) $a(0) = 0 \quad \forall a \in \mathbb{R}$
II) $(a\,b)^{-1} = a^{-1} b^{-1} \quad a \neq 0 \wedge b \neq 0$
III) $\forall x \in \mathbb{R} \wedge \forall a \in \mathbb{R}$, $a.x = x.a$

a) VVV b) VFV c) FFV d) FVF e) FFF

15. Efectúa con aproximación al:

a). $\frac{2}{3} + 0{,}438 + \sqrt{3}$ (centésimo)

b). $\frac{1}{9} + 3{,}113 + \sqrt{10}$ (Decimo)

c). $\pi + \frac{1}{11} + 3{,}168$ (Milésimo)

d). $1{,}\overline{36} + \sqrt{13} - \frac{3}{11} - 2{,}1635$ (Decimo)

e). De $(\sqrt{7} + 1)$ restar $(\pi + 1)$ (Diez Milésimos)

f). De la suma de $\sqrt{3} + 1$ con $\sqrt{5}$ restar $\sqrt{2}$ (centésimo)

g). En cuánto es mayor la suma de 0.3636... con $\sqrt{2}$, al doble del cuadrado de 0,255... (centésimo)

16. Efectúa las siguientes operaciones con aproximación al :

a). $14\sqrt{2} \div \frac{7}{3}$ (decimo)

b). $-\frac{1}{3} \div \sqrt{7}$ (milésimo)

c). $7{,}\overline{8} - \frac{12}{5} \div \left(2{,}24 - \sqrt{5} \div 0{,}6\right)$ (Centésimo)

d). $16 \div \frac{4}{3} - \left\{\left[\frac{12}{7} \div 6\right]4 - \left[\sqrt{10} - (2{,}3)\right]\right\}$. (Diez milésimo)

17. Dado el conjunto: $\left\{-\frac{3}{5};0,\overline{7};\pi;\sqrt{7};\sqrt{16};\sqrt[3]{-8}\right\}$

¿cuántos de los elementos son números irracionales?

a)1 b)2 c)3 d)4 e)5

18. Si a > 0 y b < -1; se deduce que ab + ba es siempre:

a)positivo b)negativo c)puede ser cero
d)positivo o negativo e)no se puede afirmar nada.

19. Si : $a \in Z$, $b \in Z$, y además: $a > 0, \frac{a}{b} < 0;$ el valor de: b – a será:

a)positivo si b>0 b)siempre positivo
c)siempre negativo d)negativo si b>0
e)NA.

20. Si sumamos los posibles valores de b en: $|b+3|+7=15$, obtenemos:

a)-2 b)-6 c)6 d)4 e)-21

21. Efectuar: $2^{5^{7^{0^{2^{-5}}}}} + 3^{2^{9^{0^{3^{10}}}}}$

a)41 b)2 c)48 d)4 e)116

22. ¿A que es igual 30 veces P? $P = \sqrt[3]{27^{-1}} + \sqrt{0,49}$

a)30 b)51 c)17 d)31 e)19

23. Efectuar: $\dfrac{(0,5)^{-1} + (0,333...)^{-1}}{\sqrt[3]{0,125} + \sqrt[9]{1}}$

a)1/9 b)1/3 c)10/3 d)1/6 e)2/3

24. El resultado de: $\left(\sqrt[4]{\frac{1}{16}} - 2^{-2} - 2^{-3}\right)^{-1/3}$

a)1 b)2 c)3 d)4 e)5

25. El resultado de : $\left[\sqrt{\sqrt{16}}\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} \mathbf{x} \left(\frac{4^2}{3}\right)^{2}\right] : 2,$

a) 0 b) 1 c) 2 d) 4 e) 8

26. efectuar: M = $\sqrt{2\frac{1}{4} - \left|3 - 3\frac{1}{4}\right| + 0,\overline{7}}$, obt

a) 5/2 b) 5/3 c) 3 d) 2/5 e) 2

27.-Al efectuar:

A = $\sqrt{3\frac{1}{7} \mathbf{x}\, 0,\overline{7} + \left|\sqrt{\frac{25}{81}} - 2\frac{1}{9}\right| - 9\left(0,\overline{5}\right)}$, resulta:

a) 1 b) – 1 c) 0 d) 2 e) – 2

28.- Al simplificar

$$K = \frac{\sqrt[3]{0,\overline{6}\,\mathbf{x}\,1,5 + \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} + 2\frac{1}{3}\,\mathbf{x}\,\frac{3}{7}}}{\sqrt[6]{4\frac{1}{3}\left(0,\overline{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{7}\right)^{-2} + 2}}$$

a) 4 b) 2 c) 1 d) 3 e) N. A

29.- Hallar $\sqrt{P}$ al evaluar:

$$P = \left[\frac{\frac{1}{3} - 2\frac{3}{4} + 1\frac{5}{12}}{\frac{1}{5} - \frac{3}{4} + \frac{5}{36}}\right]\left(0,2 + 0,\overline{3} - 0,5\right) : \frac{3}{148}.$$

a) 1 b) 2 c) 4 d) 5 e) N. A

30.- Si : A = $2,5381 + \frac{3}{7} - 9.63 - \sqrt{3} + \pi$

B = $-\frac{3}{8} - 5,971 + \sqrt{2} - \sqrt{5} + \frac{5}{4} - 1.$

Hallar: A + B + 7, 18

a) – 4 b) – 3 c) – 5 d) – 6 e) N. A

31.-Efectuar:

$$\left\{\frac{7}{15}\left(\frac{7}{3}\right)^{-2} + 3\left(\frac{35}{2}\right)^{-1} + \frac{3}{35}\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}\right\}^{-1}$$

a) 1/4 b) 1/2 c) 1/3 d) 1/5 e) N. A

32.-Siendo:

$$a = \left[\left(-27\right)^{-\frac{2}{3}} + \left(-27\right)^{-\frac{5}{3}} + \frac{2}{81}\right]^{-0,2};$$

$$b = \left(-2\right)^{8^{3^{-8^{0^{8}}}}}$$

$$c = 2^{8^{9^{-2^{-4^{0}}}}}.$$ Hallar $a^{-1}\sqrt{b}\,c^{-1}$

a) 0 b) 1/2 c) 1 d) 1/3 e) N. A

33.-Calcular:

$$E=\left(3^{-3^3}\right)^{-3^{-3}}.\left(3^{3^3}\right)^{(-3)^{-3}}.\left(3^{3^{-1}-3^0}\right).\left(3^{(-3)^{-3^0}}\right)^{3^{-0}}$$

a) 1/3 b) 1/5 c) 1/9
d) 1/27 e) N. A

34.- Efectuar: $\left\{\left[2^{3/4}\left(2^{5/6}\right)^{1/2}\right]^8\right\}^{3/4}$

a) 88 b) 100 c) 128 d) 132 e) N. A

35.- Efectuar: $\dfrac{-8^{2/3}+(-27)^{1/3}}{81^{0,25}+9^{-0,5}}$

a) 3/2 b) 3/10 c) 7/10
d) 3/4 e) N. A

36.- Efectuar: $\dfrac{\dfrac{1}{2\frac{1}{8}-\left(\frac{7}{8}+\frac{5}{12}\right)}}{\left(1+\dfrac{1+1/5}{5}\right):\left(1+\dfrac{5}{1+1/5}\right)}$

a) 2 b) 6 c) 5 d) 8 e) N. A

37.-Efectuar:

$$\frac{\dfrac{-2+\dfrac{1-\frac{1}{2}}{2}}{-0,75+(-1)^6}}{\sqrt[3]{\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}\sqrt{\sqrt{25}+\sqrt{16}}}}\ \mathbf{x}\ \frac{(-10-3)3}{\left(\frac{1}{9}\right)^{-2}+3}$$

a) – 1 b) – 2 c) – 3 d) – 5 e) N. A

38) De $\sqrt{8}$ resta la suma de $\sqrt{3}$ -1 con 1+ $\sqrt{3}$

a) 0,5 b)-0,21 c) -0,64 d) 0,21 e) N.A.

39. Reducir: $\left[\sqrt[6]{(0,01)^3}+\sqrt{0,0009-\frac{1}{25}}\right]x\dfrac{5^2}{2+\frac{1}{2}}$

a) 0,5 b) 0,3 c) 0,6 d) 0,9 e) 1,5

40)Reducir:

$$M=\frac{\left(2^{-1}+1\right)^{0,5^{-1}}-(0,25)^{-2^{-1}}}{\left(-\frac{1}{0,5}\right)^{-(0,5)^{-1}}+\left(-\frac{1}{27}\right)^{-3^{-1}}}$$

41) $\frac{1}{11}$ b) $-\frac{1}{11}$ c) $-\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{2}$ e) N.A.

42) Reducir: $R=\left(\frac{1}{4}\right)^{-2^{-1}}-\left(\frac{1}{625}\right)^{-4^{-1}}+\left(\frac{1}{27}\right)^{-3^{-1}}$

a) 10 b) 6 c) 5 d) 4 e) 0

PROBLEMA RETO

Robocop'' fue encontrado muerto de un balazo en el centro de Chimbote. La policía detuvo a tres sospechosos: Spiderman , Supermán y Batman; los tres fueron interrogados y declararon lo siguiente:

Spiderman: * Yo no lo maté
* Yo nunca había visto a supermán
* Es cierto, yo conocía a Robocop

Supermán: * Yo no lo maté
* Spiderman y Batmán son mis amigos
* Spiderman nunca a matado a nadie

Batmán: * Yo no lo maté
* Spiderman miente cuando dice que no lo conoce a Supermán
* No sé quién lo mato

Si una sola información de cada sospechoso es falsa y solo uno es culpable ¿Quién es el asesino?

a) Spiderman b) Batmán
c) Supermán d) Spiderman o Batmán
e) Supermán o Spiderman

MADRE
NO SÓLO HAY UNA...
¡ ES ÚNICA !
Proverbio Hindú