



Nombres y Apellidos: _____

Esleua Académica Turismo, Gastronomía y Hotelería

II - Ciclo:

DEFINICIONES PREVIAS:

1.1. Par Ordenado. Llamaremos “par ordenado” de números reales a la expresión (a,b) donde:

(a , b)
Primera componente ↑ ↑ segunda componente

* Propiedades del Par Ordenado.

- Si (a,b) = (c,d) → a = c ∧ b = d
- Si (a,b) ≠ (c,d) → a ≠ c ∧ b ≠ d

Ejemplo:

Encontrar el valor de x ∧ y, sabiendo que: (2, 3x-y) = (x + y, -14)

Resolución:

1.2. Producto Cartesiano. Dados dos conjuntos no vacíos “A” y “B” se define el producto cartesiano de A por B denotado

Así: A x B, como el conjunto de pares ordenados cuya primera componente le pertenece al primer conjunto A y la segunda componente le pertenece al conjunto B, es decir:

$$A \times B = \{(a,b) / a \in A \wedge b \in B\}$$

* Propiedades del Producto Cartesiano.

- El producto cartesiano de A por B no es conmutativa: A x B ≠ B x A.
- n(A x B) = n(A) • n(B).

2. RELACIONES.

2.1. Relaciones Binarias. Dado dos conjuntos no vacíos “A” y “B” se denomina relación binaria de A en B, a todo subconjunto R del producto cartesiano A x B, es decir:

$$R \text{ es una relación de A en B } \leftrightarrow R \subset A \times B$$

Si R es una relación de A en B, se denota así: R
 $R: A \rightarrow B$ ó $A \rightarrow B$

Donde el conjunto A se denomina conjunto de partida y al conjunto B conjunto de llegada.

2.2. Dominio y Rango de una Relación.

- **Dominio de R.** Es el conjunto que tiene por elemento a todas las primeras componentes de los pares ordenados pertenecientes a la relación, es decir:

$$\text{Dom}(R) = \{a / (a,b) \in R\}$$

- **Rango de R.** Es el conjunto que tiene por elementos a todas las segundas componentes de los pares ordenados pertenecientes a la relación, es decir:

$$\text{Ran}(R) = \{b / (a,b) \in R\}$$

Ejemplo:

Halle el dominio y el rango de la Relación:

$R: A \rightarrow B$, definida por:

$R = \{(x,y) / x \in R \wedge y \in R \wedge x \leq y\}$, donde:

$A = \{1,2\}$ y $B = \{-1,1,4\}$

Resolución:

- Hallar los valores de "x" y "y" para que exista la igualdad de los siguientes pares ordenados.

1. $(8; y+1) = (x+2; 9)$

2. $(3x; 10) = (18; y-3)$

3. $\left(\frac{64}{x}; \frac{30}{y}\right) = (16; -3)$

4. $(x-4; y-5) = (1; 3)$

5. $\left(\frac{x}{3}; \frac{y}{5}\right) = (-6; -4)$

6. $(5; 3-2x) = (5y; 5)$

7. $(8-y; 2) = \left(5; \frac{x}{3}\right)$

8. $\left(\frac{x-2}{3}; \frac{y+1}{2}\right) = (1; 4)$

9. $(12-x; 9) = (-3; y+15)$

- Determinar por extensión los siguientes productos cartesianos:

10. $A = \{2; 3\}, B = \{0; 1; 5\}$, Hallar $A \times B$

11. $A = \{x \in N / 3 \leq x < 6\} \wedge B = \{x \in Z / -2 < x \leq 2\}$. Hallar $A \times B$

12. $M = \{x \in N / 3 < x < 6\} \wedge N = \{x \in Z / -2 < x < 1\}$. Hallar $M \times N$.

13. $P = \{x \in Z / -2 \leq x \leq 0\} \wedge Q = \{x \in N / -3 < x < 3\}$. Hallar $P \times Q$

14. Si: $A = \{2; 6; 8; 10\} \wedge B = \{x \in Z / 10 \leq x \leq 11\}$ Hallar $A \times B$

15. $M = \{x^2 + 3 / -2 \leq x < 1, x \in \mathbb{Z}\}$, hallar G^2
16. $M = \{4x - 1 / -2 < x < 3, x \in \mathbb{N}\}$. Hallar M^2 .
17. Dado los conjuntos: $G = \{x \in \mathbb{Z} / -6 < x < 2\} \wedge H = \{x \in \mathbb{Z} / -5 < x < 0\}$ ¿Cuántos elementos tiene el conjunto $G \times H$?
 a) 20 b) 24 c) 28 d) 21 e) 32
18. Dado los conjuntos: $A = \{2;3;4\} \wedge B = \{5;6\}$ ¿Qué alternativa no es relación de A en B?
 a) $\{(2;5)\}$ b) $\{(3;6)\}$ c) $\{(2;6),(1;5)\}$ d) $\{(4;5),(4;6)\}$ e) $\{(2;5),(3;5),(3;6)\}$
19. En $A = \{4;5;6;7\}$ define la relación $R = \{(x; y) / x + y \text{ es par}\}$. Calcular el número de elementos de R.
 a) 9 b) 8 c) 10 d) 7 e) 5
20. Si: $A = \{1;2;3;4\} \wedge B = \{2;4;6;8\}$ ¿Cuántos elementos de la relación cumplen $R = \{(a; b) \in A \times B / a = b\}$?
 a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) Ninguno
21. Dado los conjunto: $A = \{1,2,3,4,5\}$ y $B = \{3,4,6,7,8\}$. $R = \{(x,y) \in A \times B / y - x - 2 = 0\}$ Entonces $n(R)$ es:
 a) 7 b) 6 c) 5 d) 4 e) 3
22. Si $A = \{a \in \mathbb{Z} / 0 < a < 7\}$; $B = \{b \in \mathbb{N} / 2 \leq b \leq 6\}$ si: $R = \{(a; b) \in A \times B / 1 \leq a < b < 5\}$. Hallar el número de elementos de R.
 a) 4 b) 5 c) 7 d) 8 e) 6
23. Sea: $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ y $R = \{(x,y) \in A^2 / x + y \neq 8\}$. Calcular $n(R)$.
 a) 42 b) 90 c) 49 d) 35 e) 7
24. Sea $A = \{1,2,3\}$ y dadas las relaciones R_1 y R_2 en A, definidas así:
 $R_1 = \{(x,y) \in A \times A / x < y\}$ $R_2 = \{(x,y) \in A \times A / x + y = 5\}$. Calcular el número de elementos de $R_1 \cup R_2$.
 a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 10
25. En $A = \{4,5,6,7\}$ se define la relación: $R = \{(x,y) / x + y \text{ es par}\}$. Calcular el número de elementos de R.
 a) 9 b) 8 c) 10 d) 7 e) 5
26. Dados los conjuntos $A = \{3,4,5,6\}$ y $B = \{4,6,8\}$ y la relación:
 $R = \{(x,y) \in A \times B / x + y \geq 11\}$. ¿Cuántos pares ordenados satisfacen la relación R?
 a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10
27. Sean $A = \{a \in \mathbb{N} / a \text{ es impar}\}$, $B = \{b \in \mathbb{N} / b \text{ es par}\}$ y $R = \{(a,b) \in A \times B / a+b, \text{ primo menor que } 10\}$
 Calcular: $n(R)$.
 a) 8 b) 10 c) 4 d) 7 e) 6
28. Sean los conjuntos: $A = \{x \in \mathbb{N} / -1 \leq x \leq 5\}$ $B = \{x \in \mathbb{Z} / 2 \leq x \leq 4\}$ y las correspondencias $R_1 = \{(x,y) \in A \times B / x < y\}$
 $R_2 = \{(x,y) \in A \times B / x + y = 3\}$. Hallar el número de elementos de: $\text{Dom}(R_1) \cap \text{Ran}(R_2)$
 a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

29. Dados los conjuntos: $A = \{2,5,7\}$ y $B = \{3,4\}$, hallar la suma de los elementos del dominio de la relación $R: A \rightarrow B$ definida por: $R = \{(x,y) \in A \times B / x+y > 8\}$
 a) 8 b) 9 c) 10 d) 11 e) 12
30. Si $A = \{5,6,7\}$ se define en A^2 las relaciones $R_1 = \{(x,y) / (x+y) \text{ es un número primo}\}$, $R_2 = \{(a,b) / a \times b \text{ es impar}\}$
 Calcular: $n(R_1 \times R_2)$.
 a) 20 b) 16 c) 14 d) 18 e) 10
31. Sea: $A = \{n \in \mathbb{N} / n < 6\}$ donde: $\mathbb{N} = \{1,2,3,\dots\}$ es una relación en A , tal que $R = \{(x,y) \in A \times A / x+y \leq 6\}$. Calcule la suma de elementos del rango R .
 a) 6 b) 7 c) 9 d) 15 e) 14
32. Dado los conjuntos: $A = \{3,5,7\}$, $B = \{2,4,6\}$, se define las relaciones:
 $R_1 = \{(x,y) \in A \times B / x+y = 9\}$ $R_2 = \{(x,y) \in A \times B / y = 4\}$. Calcule $D(R_1 - R_2)$.
 a) $\{7\}$ b) $\{5\}$ c) $\{3,7\}$ d) $\{3,5,7\}$ e) $\{5,7\}$
33. En $A = \{4,5,6,7,8\}$ se define la relación: $R = \{(x,y) / x > y+1\}$. Dar como respuesta el dominio de R .
 a) $\{4,5,6\}$ b) $\{7,8\}$ c) $\{5,6\}$ d) $\{6,7,8\}$ e) N.A.
34. Dado $A = \{1,2,3\}$. Halle la suma de elementos del rango de R , si: $R = \{(x,y) \in A \times A / x+y \leq 4\}$
 a) 4 b) 6 c) 5 d) 3 e) 7
35. Consideremos los conjuntos: $A = \{1,3,5\}$ y $B = \{2,4,6\}$, se define las relaciones: $R_1 = \{(x,y) \in A \times B / x+y = 7\}$
 $R_2 = \{(x,y) \in A \times B / y = 6\}$. Halle la suma de todos los elementos de: $D_{(R_1 - R_2)} \cup R_{(R_1 - R_2)}$.
 a) 7 b) 10 c) 14 d) 12 e) 6