

EVALUACIÓN EXPERIMENTAL DE DOS CRITERIOS DE SUPERPOSICIÓN MODAL

Por: Patricia Medrano, Ángel San Bartolomé y Alejandro Muñoz

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

RESUMEN

Empleando un espécimen de concreto armado de tres pisos, a escala reducida 1:3, compuesto en su dirección flexible por tres pórticos y en su dirección rígida por dos pórticos mixtos (columnas, placas y vigas), se trató de estudiar en el rango elástico los criterios de superposición modal especificados en la Normas sísmicas peruanas E-030 (norma vigente) y RNC-77 (norma antigua).

Para efectuar este estudio, en primer lugar se determinó experimentalmente la matriz de flexibilidad lateral y el grado de amortiguamiento del espécimen, luego aplicando procedimientos teóricos, se calcularon las formas y períodos correspondientes a los modos de vibrar, para luego, empleando el espectro de respuesta asociado al sismo de ensayo y el criterio de superposición modal respectivo, determinar los desplazamientos laterales y los cortantes de entrepiso. Estos resultados "teóricos" fueron comparados contra los resultados "experimentales" provenientes de ensayar sísmicamente al espécimen en la mesa vibradora del Laboratorio de Estructuras de la PUCP.

1.- INTRODUCCIÓN

En el análisis dinámico por superposición modal espectral de los edificios sujetos a terremotos, existen varios criterios para efectuar la superposición de la respuesta estructural (R_i) obtenida en los "m" modos significativos de vibrar, que permiten obtener finalmente los máximos valores (R) correspondientes a las fuerzas internas de las barras que componen al edificio, así como los parámetros globales del edificio (cortante de entrepiso, desplazamientos laterales, momentos volcantes, etc.). Entre estos criterios se encuentran los especificados en la Norma sísmica vigente (Norma E-030, Ref.1) y en nuestro antiguo Reglamento Nacional de Construcciones (RNC-77, Ref.2):

$$\text{Norma E-030: } R = 0.25 \sum_{i=1}^m |R_i| + 0.75 \sqrt{\sum_{i=1}^m R_i^2} \quad [1]$$

$$\text{RNC-77: } R = 0.50 \sum_{i=1}^m |R_i| + 0.50 \sqrt{\sum_{i=1}^m R_i^2} \quad [2]$$

De esta manera, en este trabajo se pretende investigar experimentalmente cuál de los dos criterios mencionados se ajusta mejor a la respuesta dinámica real correspondiente a un espécimen de tres pisos a escala reducida, cuyas características geométricas se indican en la Fig.1.

2.- METODOLOGÍA EMPLEADA

El análisis teórico del espécimen, pudo haberse realizado modelando los pórticos a través de un sistema de barras deformables por flexión, corte y axial; sin embargo, se desconocía parámetros importantes como son: el módulo de elasticidad, el módulo de corte, la influencia de la losa sobre las vigas, el grado de amortiguamiento, etc., y puesto que lo que se pretendía era estudiar de la mejor manera posible los criterios de superposición modal, se decidió combinar el estudio teórico con el experimental estático. Es decir, en primer lugar se determinó experimentalmente la matriz de flexibilidad lateral y el grado de amortiguamiento del espécimen, luego aplicando el programa EDIFICIO (Ref.3), se calcularon las formas y períodos correspondientes a los modos de vibrar, para después, empleando el espectro de

respuesta asociado al sismo de ensayo y el criterio de superposición modal respectivo, determinar los desplazamientos laterales y los cortantes de entrepiso. Estos resultados "teóricos" fueron comparados contra los resultados "experimentales" provenientes de ensayar sísmicamente al espécimen en la mesa vibradora.

3.- ANÁLISIS "TEÓRICO"

3.1. Matriz de Flexibilidad Lateral

La matriz de flexibilidad lateral del espécimen [fij] fue calculada experimentalmente (Fig.2), aplicando una carga lateral en cada nivel independientemente y midiendo los desplazamientos laterales en el centro de cada losa mediante LVDT. La carga lateral aplicada fue de 600 kg en la dirección rígida (X-X) y 250 kg en la dirección flexible (Y-Y), la magnitud de estas cargas fue lo suficientemente pequeña de tal modo que ningún elemento se fisuró en tracción por flexión, es decir, el ensayo se realizó a nivel elástico. Posteriormente, los desplazamientos encontrados fueron extrapolados para un nivel de carga equivalente a 1 ton (carga unitaria), obteniéndose los siguientes resultados (en metros por tonelada):

$$[f_{ij}]_{(X-X)} = \begin{bmatrix} 0.109 & 0.159 & 0.206 \\ 0.159 & 0.368 & 0.521 \\ 0.206 & 0.521 & 0.906 \end{bmatrix} \times 10^{-3} \text{ (m/ton)}$$

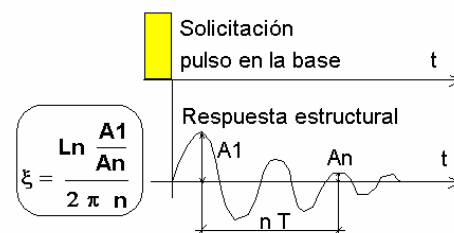
$$[f_{ij}]_{(Y-Y)} = \begin{bmatrix} 1.393 & 1.705 & 1.726 \\ 1.705 & 3.414 & 3.708 \\ 1.726 & 3.708 & 5.210 \end{bmatrix} \times 10^{-3} \text{ (m/ton)}$$

3.2. Grado de Amortiguamiento

El grado de amortiguamiento (ζ) fue determinado experimentalmente en cada dirección, para esto, el espécimen fue anclado a la mesa vibradora y sometido a pulsos en su base, midiéndose la respuesta en vibración libre mediante acelerómetros colocados en el centro de cada losa. Los resultados correspondientes al acelerómetro ubicado en el tercer nivel fueron:

Dirección Rígida X-X: $\xi = 7 \%$

Dirección Flexible Y-Y: $\zeta = 3 \%$



3.3. Espectro de Respuesta

El espectro de respuesta sísmica (Fig.4) fue elaborado para los grados de amortiguamientos indicados en el acápite 3.2. El sismo correspondió a la señal a utilizar en la prueba dinámica ("Mayo70c"), normalizada (para el estudio teórico) a una aceleración máxima de 1g. Esta señal tuvo 15 segundos de duración.

3.4. Análisis Modal

El peso de cada nivel del espécimen (P_i), fue calculado mediante un metrado de cargas, obteniéndose: $P_1 = 1.98 \text{ ton}$, $P_2 = 1.98 \text{ ton}$ y $P_3 = 1.88 \text{ ton}$. Luego, empleándose el programa EDIFICIO (Ref.3) y la

matriz de rigidez lateral experimental (calculada como la inversa de la matriz de flexibilidad lateral, indicada en el acápite 3.1) se efectuó el análisis modal para cada dirección del espécimen, lo que permitió obtener para cada modo: el período de vibración (T), la forma de vibrar (ϕ_i), el factor de participación (α) y el porcentaje del peso participante (ρ).

Posteriormente, conociendo T, se ingresó al espectro de respuesta respectivo (Fig.4) para calcular la aceleración espectral (S_a) y el desplazamiento espectral (S_d), con lo cual fue posible determinar las fuerzas de inercia (F_i) y los desplazamientos laterales (D_i) correspondientes a cada modo de vibrar, mediante las expresiones: $F_i = \alpha (S_a / g) P_i \phi_i$ y $D_i = \alpha S_d \phi_i$. La fuerza cortante en cada entrepiso (Q_i), asociada a uno de los modos de vibrar, fue obtenida por equilibrio de fuerzas horizontales: $Q_i = \sum F_i$. Los resultados aparecen en las tablas 1 y 2.

TABLA 1. Dirección Rígida X-X. Resultados teóricos para una aceleración máxima de 1g y $\zeta = 7\%$						
MODO	Parámetro	Nivel	ϕ_i	F_i (ton)	Q_i (ton)	D_i (mm)
1 $S_a = 1.977$ g $S_d = 4.79$ mm	T = 0.099 s $\alpha = 1.307$ $\rho = 80.97\%$	3	1.0000	4.858	4.858	6.260
		2	0.6178	3.161	8.019	3.868
		1	0.2608	1.334	9.353	1.633
2 $S_a = 0.999$ g $S_d = 0.16$ mm	T = 0.025 s $\alpha = -0.369$ $\rho = 17.07\%$	3	1.0000	-0.693	-0.693	-0.059
		2	-0.9673	0.706	0.013	0.057
		1	-1.3413	0.979	0.992	0.079
3 $S_a = 1.006$ g $S_d = 0.054$ mm	T = 0.014 s $\alpha = 0.063$ $\rho = 1.96\%$	3	1.0000	0.119	0.119	0.003
		2	-2.6332	-0.330	-0.211	-0.009
		1	2.6054	0.327	0.116	0.009

TABLA 2. Dirección Flexible Y-Y. Resultados teóricos para una aceleración máxima de 1g y $\zeta=3\%$						
MODO	Parámetro	Nivel	ϕ_i	Fi (ton)	Qi (ton)	Di (mm)
1 Sa = 3.081 g Sd = 52.79 mm	T = 0.263 s $\alpha = 1.225$ $\rho = 90.18 \%$	3	1.0000	7.096	7.096	64.668
		2	0.8069	6.030	13.126	52.180
		1	0.4152	3.103	16.229	26.850
2 Sa = 2.844 g Sd = 4.54 mm	T = 0.080 s $\alpha = -0.2986$ $\rho = 8.43 \%$	3	1.0000	-1.596	-1.596	-1.356
		2	-0.5322	0.895	-0.701	0.721
		1	-1.2475	2.098	1.397	1.691
3 Sa = 1.212 g Sd = 0.7 mm	T = 0.048 s $\alpha = 0.0736$ $\rho = 1.39 \%$	3	1.0000	0.168	0.168	0.052
		2	-2.0051	-0.354	-0.186	-0.103
		1	1.6149	0.285	0.099	0.083

Finalmente, se aplicaron los dos criterios de superposición modal (ecuaciones 1 y 2 del acápite 1), sobre las fuerzas cortantes de entrepiso (Q) y sobre los desplazamientos laterales (D), obteniéndose los resultados mostrados en la Tabla 3.

4.- ENSAYO SÍSMICO

El espécimen fue ensayado sísmicamente en la mesa vibradora de la PUCP (Fig.3), el movimiento fue unidireccional (traslación en cada dirección). El sismo de ensayo correspondió a la señal "Mayo70c" graduándose su aceleración máxima (A_m) de manera que el espécimen se comporte en el régimen elástico (Fig.6), sin que se generen fisuras de tracción por flexión en ningún elemento, estas aceleraciones fueron:

$$A_m (\text{X-X, rígida}) = 0.247g$$

$$A_m (\text{Y-Y, flexible}) = 0.0371g$$

Los desplazamientos laterales de cada nivel (D_i) fueron registrados con LVDT's y las aceleraciones respectivas (A_i) mediante acelerómetros. Las fuerzas de inercia en cada nivel (F_i), fueron calculadas como $F_i = M_i A_i$, donde M_i es la masa del nivel respectivo, y la fuerza cortante en cada entrepiso (Q_i) se calculó por equilibrio de fuerzas horizontales: $Q_i = \sum F_i$.

Para fines comparativos, los resultados máximos (D_i , Q_i) fueron extrapolados en forma directa (por estar en el rango elástico) a una aceleración basal $A_m = 1g$, estos valores aparecen en la Tabla 3.

5.- COMPARACIÓN DE RESULTADOS

En la Tabla 3 aparecen los valores máximos correspondientes a los cortantes de entrepiso y a los

desplazamientos laterales, normalizados a una aceleración basal máxima de 1g. Estos resultados también aparecen en la Fig.5.

TABLA 3A. Dirección Rígida X-X. Resultados Teóricos vs. Experimentales para Am = 1g						
Piso	Desplazamientos Laterales Di (mm)			Fuerzas Cortantes Qi (ton)		
	Superposición Modal		Ensayo Sísmico	Superposición Modal		Ensayo Sísmico
	E-030	RNC-77		E-030	RNC-77	
3	6.42	6.57	9.30	5.099	5.289	4.91
2	3.88	3.90	7.05	8.077	8.132	8.68
1	1.66	1.68	3.83	9.670	9.934	11.01

TABLA 3B. Dirección Flexible Y-Y. Resultados Teóricos vs. Experimentales para Am = 1g						
Piso	Desplazamientos Laterales Di (mm)			Fuerzas Cortantes Qi (ton)		
	Superposición Modal		Ensayo Sísmico	Superposición Modal		Ensayo Sísmico
	E-030	RNC-77		E-030	RNC-77	
3	65.03	65.38	66.71	7.666	8.063	6.95
2	52.39	52.60	56.33	13.351	13.568	12.65
1	27.33	27.77	29.35	16.633	16.992	15.51

6.- CONCLUSIONES

- a.- Para las direcciones rígida y flexible del espécimen, los desplazamientos y las fuerzas cortantes calculados mediante el criterio de superposición modal del RNC-77 fueron en promedio 2% mayores que los evaluados con el criterio de la Norma E-030. Esta diferencia, desde el punto de vista práctico, se considera despreciable y se debe a que el primer modo de vibrar fue el que predominó en las dos direcciones, por lo que es necesario continuar con la investigación creando especímenes cuyos modos altos de vibrar sean significativos.
- b.- Con excepción de los desplazamientos laterales obtenidos en la dirección rígida, los desplazamientos y las fuerzas cortantes obtenidas mediante los dos criterios de superposición modal oscilaron entre $\pm 10\%$ de los respectivos valores calculados experimentalmente. Esta diferencia, desde el punto de vista práctico, se considera despreciable y puede deberse a:
 - que los amortiguamientos empleados en la elaboración de los espectros de respuesta (7% para la dirección rígida y 3% para la flexible) fueron calculados solo para el primer modo de vibrar;
 - que los espectros de respuesta fueron elaborados empleando la aceleración de la mesa vibradora

sin montar al espécimen, cabe la posibilidad de que el movimiento del espécimen haya modificado a la aceleración de la plataforma; y,

- que la matriz de flexibilidad lateral experimental, en realidad no resultó simétrica, por lo que hubo que promediar los valores f_{ij} con f_{ji} (existió hasta 20% de diferencia entre f_{ij} y f_{ji}), lo que pudo producir diferencias en los períodos de vibrar que afectaron la respuesta espectral.
- c.- En la dirección rígida, el período de vibrar del primer modo, medido en la prueba de vibración libre, resultó 0.12 seg, mientras que el evaluado con la matriz de flexibilidad experimental fue 0.099 seg, esto hizo que el desplazamiento espectral S_d asociado a este modo crezca en 44%, mientras que la aceleración espectral decreció en 1.4%, con lo cual, los desplazamientos teóricos se aproximaron en mayor grado a los registrados experimentalmente.
- d.- Por las razones expuestas en los puntos anteriores, no se pudo determinar cuál de los dos criterios de superposición modal se acercaba más a los resultados experimentales, sin embargo, se pudo observar que el criterio empleado en el RNC-77 proporcionó valores ligeramente más conservadores que aquellos calculados con el criterio de la Norma E-030.

7.- REFERENCIAS

- 1.- Diseño Sismorresistente. Norma Técnica de Edificación E-030. Ministerio de Transportes, Comunicaciones, Vivienda y Construcción. Octubre de 1997.
- 2.- Normas de Diseño Sismo-resistente RNC-77. Oficina de Investigación y Normalización del Ministerio de Vivienda y Construcción. Abril de 1977.
- 3.- Análisis de Edificios. Angel San Bartolomé. Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú. Marzo de 1998.

Fig.1

Características geométricas del espécimen. Medidas en centímetros.

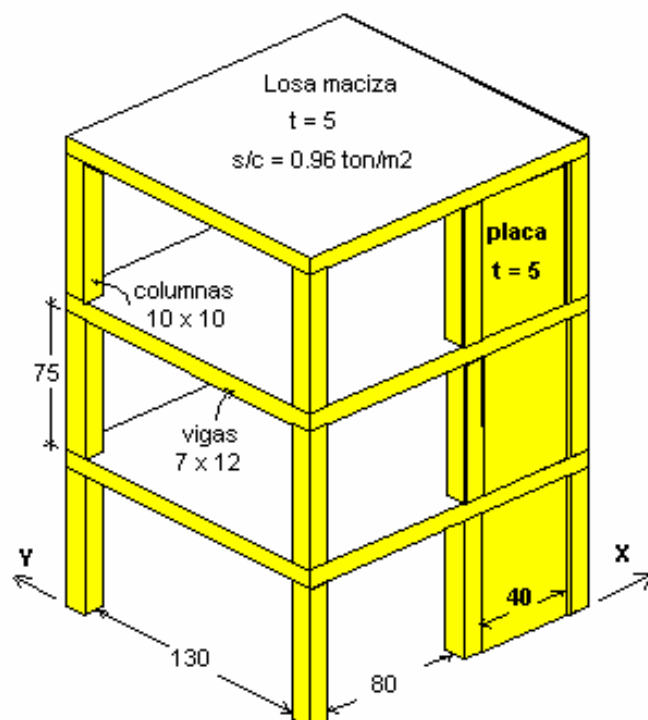


Fig.2

Ensayo estático para calcular la matriz de flexibilidad lateral.



Fig.3

Ensayo de simulación sísmica en mesa vibradora.



Fig.4

Espectro de aceleración.
Señal mayo 70c,
normalizada a una
aceleración máxima
 $A_m = 1g$

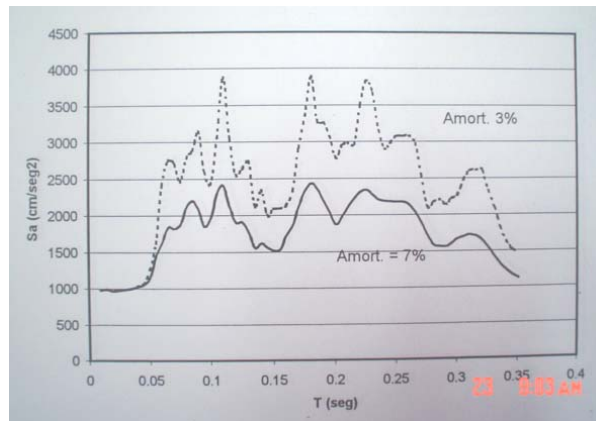


Fig.5A
Comparación de desplazamientos.

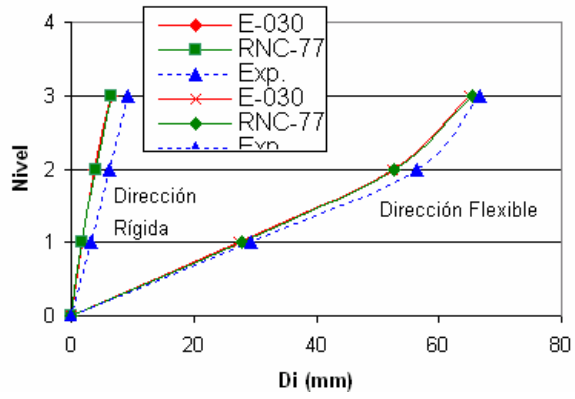


Fig.5B
Comparación de cortantes.
Dirección rígida.

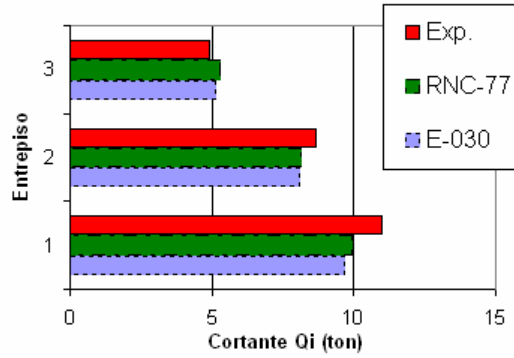


Fig.5C
Comparación de cortantes. Dirección flexible.

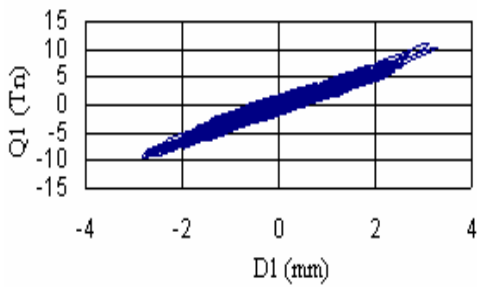
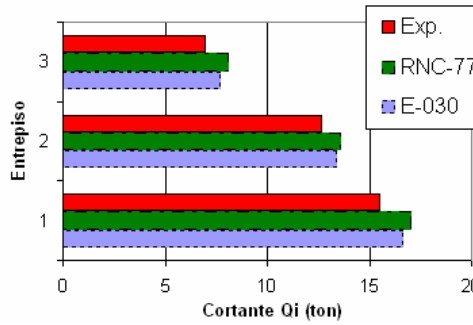


Fig.6A. Q_1 - D_1 .
Dirección rígida.

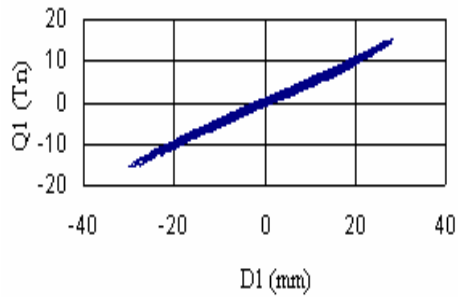


Fig.6B. Q_1 - D_1 .
Dirección flexible.