FACULTAD
DE **CIENCIAS**
E INGENIERÍA

12 JUL 2019

Código del Alumno

2	0	1	2		5	5	9	0

Nombre y Apellidos del Alumno

DIANA CUCHO CAMPOS

PRÁCTICA Nº 4 DE

IND281	INVESTIGACIÓN OPERATIVA 2.
Clave del curso	Nombre del curso

Firma del alumno

No llenar por el alumno

Nota

18

Aula: P201

Horario: 0831-2

Fecha: 19/06/19

Nombre y Apellidos del pre docente

Steffano Reyes

Firma del pre docente

Nombre y Apellidos del profesor

ROJAS

PUCP

ET LUX IN TENEBRIS LUCET MCMXVII

ADVERTENCIAS ANTES DE INICIAR LA PRÁCTICA :

- La presentación, la ortografía y la gramática de los trabajos influirán en la calificación.
- Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio.
- Todo el material de desarrollo de la práctica debe ser incluido en este cuadernillo.
- Solo podrá utilizar el material indicado expresamente en el tema de evaluación.
- Prohibido uso de celulares y calculadoras con cámara fotográfica.

ATENCIÓN A LAS INDICACIONES DE LA ÚLTIMA PÁGINA

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

INVESTIGACIÓN OPERATIVA 2
4ta práctica (tipo a)
(Primer Semestre 2019)

Indicaciones generales:
Duración: 1 hora y 40 minutos.
Materiales o equipos a utilizar: sin apuntes y con calculadora.
Advertencia: no está permitido el uso de ningún material o equipo electrónico adicional al indicado.
La presentación, la ortografía y la gramática de los trabajos influirán en la calificación.

Pregunta 1 (4 puntos)

Considere las siguientes afirmaciones sobre un sistema de colas. Etiquete cada información como verdadera o falsa y justifique con fundamento teórico su respuesta.

a) La cola es donde los consumidores esperan en el sistema hasta que termina su servicio.
b) Los modelos de colas suponen por convención que la cola puede tener solo un número limitado de clientes.
c) La disciplina de la cola más común es primero en llegar, primero en salir.
d) El factor de utilización ρ del único servidor del sistema debe ser igual a $1 - P_0$, donde P_0 es la probabilidad de tener 0 clientes en el sistema.
e) Se sabe que la σ^2 es la varianza de los tiempos de servicio, entonces, cuando se elige entre una tortuga (μ y σ^2 pequeños) y una liebre (μ y σ^2 grandes) para que sean el servidor, la tortuga siempre gana proporcionando una Lq pequeña.

Pregunta 2 (6 puntos) $1 - P_0 = \rho$

Identifique los clientes, los servidores y proponga la notación de Kendal Lee de los sistemas de colas en cada una de las situaciones siguientes:

a) La caja de salida de un supermercado.
b) Una estación de bomberos.
c) La caseta de pago para cruzar un puente.
d) Un taller de reparación de bicicletas.
e) Un muelle de carga y descarga.
f) Un grupo de máquinas semiautomáticas asignadas a un operador.
g) El equipo de manejo de materiales de una fábrica.
h) Un taller de plomería.
i) Un taller que produce artículos sobre pedido.
j) Un grupo de secretarias.
k) Un vehículo de transporte público.
l) Asistir al estadio el día sábado para presenciar el Perú (3) – Brasil (2)

Nota: Los sistemas descritos podrían presentar más de un subsistema de teoría de colas.

Problema 3 (4 puntos) $s = 1$

Considere el proceso de nacimiento y muerte con las siguientes tasas medias. Las tasas de nacimiento son $\lambda_n = 6$ para $n = 0, 1, 2, ..., \infty$. Las tasas de muerte son $\mu_1 = 2$, $\mu_2 = 2$, $\mu_3 = 4$, $\mu_4 = 4$, $\mu_n = 6$ para $n = 5, 6, 7, ..., \infty$. Además, se sabe que el sistema en mención solo tiene una capacidad para 8 clientes.

Se solicita lo siguiente:

a) Construya el diagrama de tasas	**0.5 puntos**
b) Calcule la distribución de probabilidades de estado estable.	**1.5 puntos**
c) Calcule el número promedio de personas en el sistema.	**1.0 punto**
d) Calcule el número promedio de personas en cola.	**1.0 punto**

Pregunta 4 (6 puntos)

Realice el diagrama de tasas e identifique la notación de Kendal Lee a la que pertenece cada uno de los siguientes casos (si el caso aplica).

Caso 1: Los estudiantes llegan a la Oficina de Servicios Administrativos a un promedio de uno cada 15 minutos y sus solicitudes tardan un promedio de 10 minutos en ser tramitadas. El mostrador de servicios sólo cuenta con una empleada, Judy Gumshoes, que trabaja ocho horas al día. Suponga que las llegadas son de Poisson y los tiempos del servicio son exponenciales.

Caso 2: Una compañía constructora cuenta con 5 máquinas previamente alquiladas para las operaciones. Sin embargo, la empresa sólo tiene 3 operarios de maquinaria, así que hay 2 máquinas en reserva para eventuales descomposturas. El tiempo que transcurre hasta que una máquina en operación se descompone, sigue una distribución exponencial con media de 8 días. El tiempo que necesita un mecánico para reparar una máquina y ponerla en operación, se distribuye exponencialmente con media de 5 días.

Caso 3: Sean las siguientes ecuaciones de balance del estado estable:

$$5P_0 = 4P_1$$
$$2P_1 = P_0 + P_2$$
$$\lambda_0 = 10$$

Construir el diagrama de tasas correspondiente a dicha situación.

Profesores del curso:
Wilmer Atoche
Eduardo Carbajal
Miguel Fernández
Jonatán Rojas

San Miguel, 19 de junio de 2019

INVESTIGACIÓN OPERATIVA 2
(FÓRMULAS DE TEORÍA DE COLAS)

1. Modelo de colas con población infinita y un servidor (M/M/1/DG/∞/∞)

Llegadas Poisson $\lambda_n = \lambda$ para $n = 0, 1, 2, ..., \infty$
Servicio Exponencial $\mu_n = \mu$ para $n = 1, 2, 3, ..., \infty$

Las siguientes ecuaciones son válidas sólo cuando $\rho = \lambda/\mu < 1$.

$C_n = \Sigma_{i=1,n} (\lambda_{i-1}/\mu_i) = (\lambda/\mu)^n = \rho^n$ para $n = 1, 2, 3, ..., \infty$
$\lambda_p = \Sigma_{n=0,\infty} \lambda_n P_n = \Sigma_{n=0,\infty} \lambda P_n = \lambda \Sigma_{n=0,\infty} P_n = \lambda$
$P_n = C_n P_0 = (1 - \rho)\rho^n$ para $n = 1, 2, 3, ..., \infty$
$P(n \geq 1) = 1 - P_0 = \rho$
$L = (1 - \rho)\rho\, \delta [1/(1 - \rho)] / \delta\rho = (1 - \rho)\rho / (1 - \rho)^2 = \rho / (1 - \rho)$
$L_q = \rho / (1 - \rho) - \rho = \rho^2 / (1 - \rho)$
$L_s = L - L_q = \rho / (1 - \rho) - \rho^2 / (1 - \rho) = \rho$
$W = L / \lambda_p = L / \lambda = \rho / (1 - \rho)\lambda = 1 / (\mu - \lambda)$
$W_q = L_q / \lambda_p = L_q / \lambda = \rho^2 / (1 - \rho)\lambda = \lambda / [\mu(\mu - \lambda)]$
$W_s = W - W_q = 1 / (\mu - \lambda) - \lambda / [\mu(\mu - \lambda)] = 1 / \mu$
$P(W_q > t) = \rho\, e^{-\mu(1 - \rho)t}$

2. Modelo de colas con cola de espera finita y un servidor (M/M/1/DG/K/∞)

Las siguientes ecuaciones son válidas sólo cuando $\rho = \lambda/\mu < 1$ y $\rho = \lambda/\mu > 1$

$C_n = \Sigma_{i=1,n} (\lambda_{i-1}/\mu_i) = (\lambda/\mu)^n = \rho^n$ para $n = 1, 2, 3, ..., K$
$\lambda_p = \Sigma_{n=0,\infty} \lambda_n P_n = \Sigma_{n=0,K-1} \lambda P_n = \lambda(1 - P_k)$
$P_0 = (1 - \rho) / (1 - \rho^{K+1})$
$P_n = C_n P_0 = [(1 - \rho) / (1 - \rho^{K+1})]\, \rho^n$ para $n = 1, 2, 3, ..., K$
$P(n \geq 1) = 1 - P_0 = 1 - [(1 - \rho) / (1 - \rho^{K+1})]$
$L = [\rho / (1 - \rho)] - [(K + 1)\rho^{(K+1)} / (1 - \rho^{K+1})]$
$L_q = \Sigma_{n=s,\infty} (n-s) P_n = \Sigma_{n=1,K} (n-1) P_n = \Sigma_{n=0,K} nP_n - \Sigma_{n=1,K} P_n = L - (1 - P_0)$
$L_s = L - L_q = 1 - P_0$
$W = L / \lambda_p = L / [\lambda(1 - P_K)]$
$W_q = L_q / \lambda_p = L_q / [\lambda(1 - P_K)]$
$W_s = L_s / \lambda_p = (1 - P_0) / [\lambda(1 - P_K)]$

3. Modelo de colas con población infinita y varios servidores (M/M/s/DG/∞/∞)

Sea s el número de servidores en paralelo.

Llegadas Poisson $\lambda_n = \lambda$ para $n = 0, 1, 2, ..., \infty$
Servicio Exponencial

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu & \text{para } n = 1, 2, 3, ..., s-1 \\ s\mu & \text{para } n = s, s+1, s+2, ..., \infty \end{cases}$$

Las siguientes ecuaciones son válidas sólo cuando $\rho = \lambda/s\mu < 1$.

$C_n = \Sigma_{i=1,n} (\lambda_{i-1}/\mu_i) = (\lambda/\mu)^n /n! = (s\rho)^n / n!$ para $n = 1, 2, 3, ..., s-1$
$C_n = \Sigma_{i=1,n} (\lambda_{i-1}/\mu_i) = [(\lambda/\mu)^s /s!]\, (\lambda/s\mu)^{n-s} = (s\rho)^n / s!\, s^{n-s}$ para $n = s, s+1, s+2, ..., \infty$
$\lambda_p = \Sigma_{n=0,\infty} \lambda_n P_n = \Sigma_{n=0,\infty} \lambda P_n = \lambda \Sigma_{n=0,\infty} P_n = \lambda$
$P_0 = \{[\Sigma_{n=0,s-1} (s\rho)^n / n!] + [(s\rho)^s / (s!\,(1 - \rho))]\}^{-1}$
$P_n = C_n P_0 = [(s\rho)^n / n!]\, P_0$ para $n = 1, 2, 3, ..., s-1$
$P_n = C_n P_0 = [(s\rho)^n / (s!\, s^{n-s})]\, P_0$ para $n = s, s+1, s+2, ..., \infty$
$P(n{\geq}s) = (s\rho)^s P_0 / [s!(1 - \rho)]$
$L_q = P(n{\geq}s)\, \rho / (1 - \rho)$
$W_q = L_q / \lambda_p = L_q / \lambda = P(n{\geq}s)\, \rho / (1 - \rho)\lambda = P(n{\geq}s) / (s\mu - \lambda)$
$L_s = s\rho$
$L = L_q + L_s = P(n{\geq}s)\, \rho / (1 - \rho) + s\rho$
$W_s = 1 / \mu$
$W = W_q + W_s = P(n{\geq}s) / (s\mu - \lambda) + 1 / \mu$
$P(W > t) = [1 + P(n{\geq}s)\, (1-e^{(-\mu t(s - 1 - s\rho))}) / (s - 1 - s\rho)]\, e^{-\mu t}$
$P(W_q > t) = P(n{\geq}s)\, e^{-s\mu(1 - \rho)t}$

4. Modelo de colas con cola de espera finita y varios servidores (M/M/s/DG/K/∞)

Sea K el tamaño del sistema de colas, y s el número de servidores en paralelo, donde $K \geq s$.

Llegadas Poisson $\lambda_n = \lambda$ para n = 0, 1, 2, ..., K-1

Servicio Exponencial

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu & \text{para } n = 1, 2, 3, \ldots, s-1 \\ s\mu & \text{para } n = s, s+1, s+2, \ldots, K \end{cases}$$

Las siguientes ecuaciones son válidas sólo cuando $\rho = \lambda/s\mu < 1$.

$C_n = \Sigma_{i=1,n} (\lambda_{i-1}/\mu_i) = (\lambda/\mu)^n / n! = (s\rho)^n / n!$ para n = 1, 2, 3, ..., s-1

$C_n = \Sigma_{i=1,n} (\lambda_{i-1}/\mu_i) = [(\lambda/\mu)^s / s!] (\lambda/s\mu)^{n-s} = (s\rho)^n / s!\, s^{n-s}$ para n = s , s+1, s+2, ..., ∞

$\lambda_p = \Sigma_{n=0,\infty} \lambda_n P_n = \Sigma_{n=0,K-1} \lambda P_n = \lambda(1 - P_K)$

$P_0 = [1 + \Sigma_{n=1,s-1} (s\rho)^n / n! + (s\rho)^s / s!\, \Sigma_{n=s,K} (\rho)^{n-s}]^{-1}$

$P_n = C_n P_0 = [(s\rho)^n / n!] P_0$ para n = 1, 2, 3, ..., s-1

$P_n = C_n P_0 = [(s\rho)^n / (s!s^{(n-s)})] P_0$ para n = s, s+1, s+2, ..., K

$L = \Sigma_{n=0,s-1} n P_n + L_q + s(1 - \Sigma_{n=0,s-1} P_n)$

$L_q = \{P_0(\lambda / \mu)^s \rho / [s!(1 - \rho)^2]\} [1 - \rho^{K-s} - (K - s) \rho^{K-s} (1 - \rho)]$

$W = L / \lambda_p = L / [\lambda(1 - P_K)]$

$W_q = L_q / \lambda_p = L_q / [\lambda(1 - P_K)]$

5. Modelo de colas con población finita y un servidor (M/M/1/DG/N/N)

Sea N el tamaño de la población.

Llegadas Poisson $\lambda_n = (N - n)\lambda$ para n = 0, 1, 2, ..., N-1

Servicio Exponencial $\mu_n = \mu$ para n = 1, 2, 3, ..., N

Las siguientes ecuaciones son válidas sólo cuando $\rho = \lambda/s\mu < 1$.

$C_n = \Sigma_{i=1,n} (\lambda_{i-1}/\mu_i) = N!\, \rho^n / (N - n)!$ para n = 1, 2, 3, ..., N

$\lambda_p = \Sigma_{n=0,\infty} \lambda_n P_n = \Sigma_{n=0,N} (N - n)\lambda P_n = \lambda(N - L)$

$P_0 = [\Sigma_{n=0,N} N!\, \rho^n / (N - n)!]^{-1}$

$P_n = N!\, \rho^n P_0 / (N - n)!$ para n = 1, 2, 3, ..., N

$L = N - (1 - P_0) / \rho$

$L_q = N - (1 - P_0) (\rho + 1) / \rho$

$W = L / \lambda_p = L / [\lambda(N - L)]$

$W_q = L_q / \lambda_p = L_q / [\lambda(N-L)]$

6. Modelo de colas con población finita y varios servidores (M/M/s/DG/N/N)

Sea N el tamaño de la población, y s el número de servidores en paralelo, donde $N \geq s$.

Llegadas Poisson $\lambda_n = (N - n)\lambda$ para n = 0, 1, 2, ..., N-1

Servicio Exponencial

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu & \text{para } n = 1, 2, 3, \ldots, s-1 \\ s\mu & \text{para } n = s, s+1, s+2, \ldots, N \end{cases}$$

Las siguientes ecuaciones son válidas sólo cuando $\rho = \lambda/s\mu < 1$.

$C_n = \Sigma_{i=1,n} (\lambda_{i-1}/\mu_i) = N!\, (s\rho)^n / (N-n)!\, n!$ para n = 1, 2, 3, ..., s-1

$C_n = \Sigma_{i=1,n} (\lambda_{i-1}/\mu_i) = N!\, (s\rho)^n / (N-n)!\, s!\, s^{n-s}$ para n = s, s+1, s+2, ..., N

$\lambda_p = \Sigma_{n=0,\infty} \lambda_n P_n = \Sigma_{n=0,N} (N - n)\lambda P_n = \lambda(N - L)$

$P_0 = \{\Sigma_{n=0,s-1} (s\rho)^n N! / [(N - n)!\, n!] + \Sigma_{n=s,N} (s\rho)^n N! / [(N - n)!\, s!\, s^{(n-s)}]\}^{-1}$

$P_n = N!\, (s\rho)^n P_0 / [(N - n)!\, n!]$ para n = 1, 2, 3, ..., s-1

$P_n = N!\, (s\rho)^n P_0 / [(N - n)!\, s!\, s^{(n-s)}]$ para n = s, s+1, s+2, ..., N

$L = \Sigma_{n=0,s-1} n P_n + \Sigma_{n=s,N} (n-s) P_n + s (1 - \Sigma_{n=0,s-1} P_n)$

$L_q = \Sigma_{n=s,N} (n - s) P_n$

$W = L/\lambda_p = L / [\lambda(N - L)]$

$W_q = L_q/\lambda_p = L_q / [\lambda(N - L)]$

Documento preparado por los profesores del curso.

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

FCI

Presente aquí su trabajo

1.-

a) (F) La cola es donde los consumidores dentro del sistema esperan que los servidores los atiendan cuando esto ocurre ya no son parte de la cola.

b) (F) Cuando son modelos con capacidades y población infinita no hay un número limitado de clientes y so se puede dar para el Número de clientes en el sistema y los de la cola. Ej.

Con Modelo: M/M/1/DG/∞/∞

Clientes	λ	$M\mu$	C_j	P_j	En cola
0	2	0	1	:	0
1	2	:	:	:	0
2	2	:	:	:	1
3	2	:	:	:	2
:	2	:	:	:	:

c) (V) La cola más común es, al cliente que primero llegue, primero se atiende y primero sale. No necesariamente, ya que el sistema es DG

d) (F) No necesariamente. Para el modelo M/M/1/DG/∞/∞ con $m \geq 1 \rightarrow \rho = 1 - P_0$, pero para otro modelo como M/M/1/DG/K/∞.

$$P_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{K+1}}.$$

e) —

a) 0.8
b) 0.8
c) 0.6
d) 0.8
e) 0

3.0

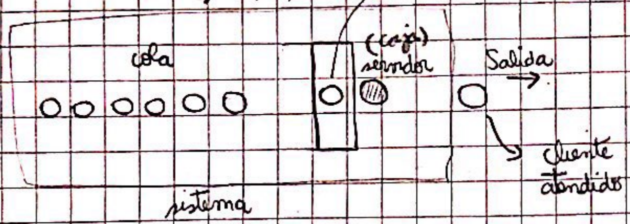
Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

FCI

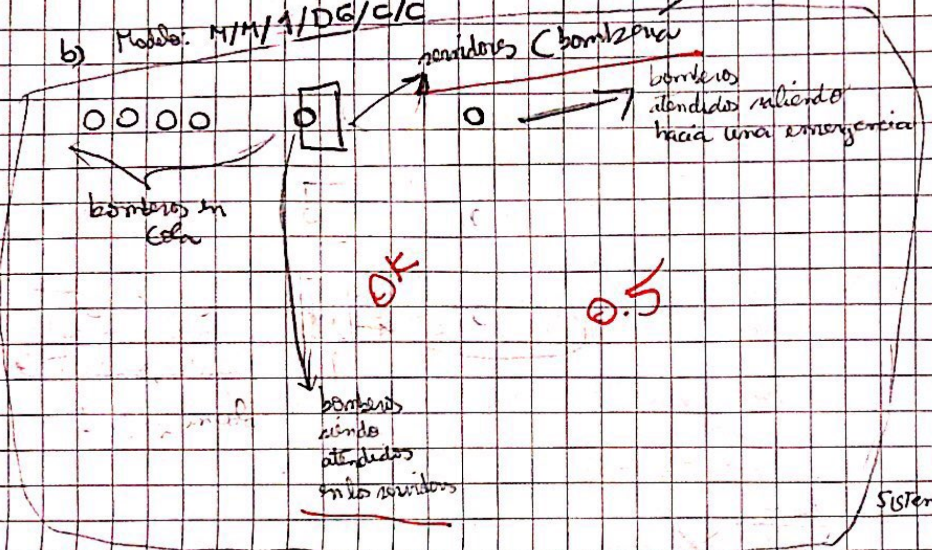
2.

a) Modelo: M/M/S/DG/∞/∞



0.5

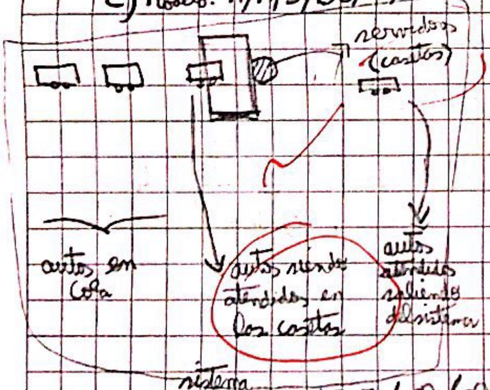
b) Modelo: M/M/1/DG/C/C



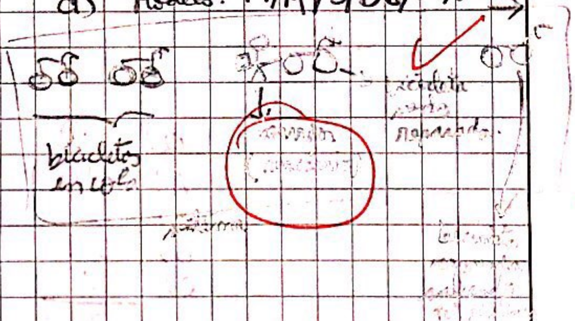
OK

0.5

c) Modelo: M/M/S/DG/∞/∞

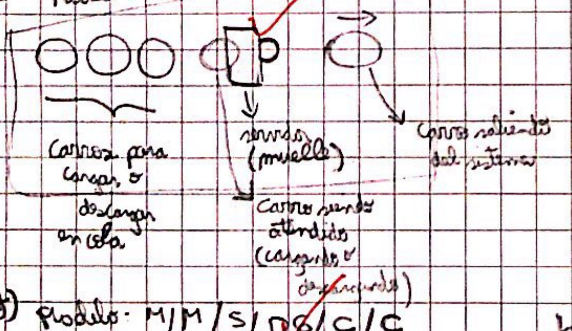


d) Modelo: M/M/S/DG/∞/∞

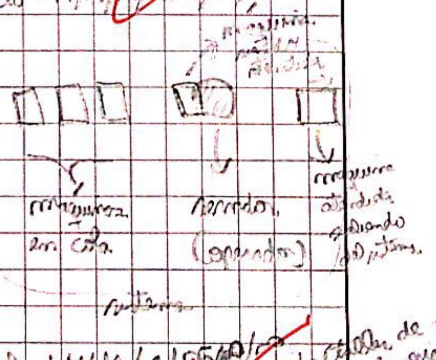


+ orden!

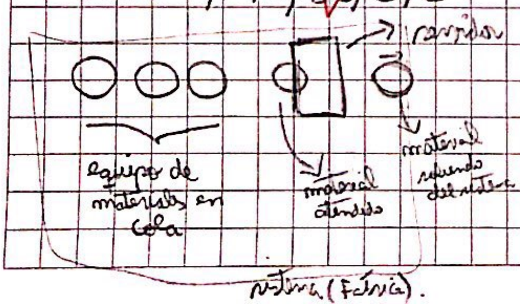
e) Modelo: M/M/1/DG/∞/∞



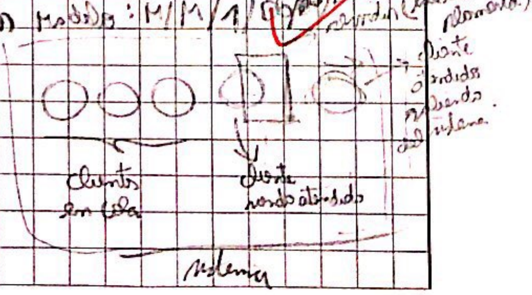
f) Modelo: M/M/1/DG/C/C



g) Modelo: M/M/S/DG/C/C



h) Modelo: M/M/1/DG/∞/∞

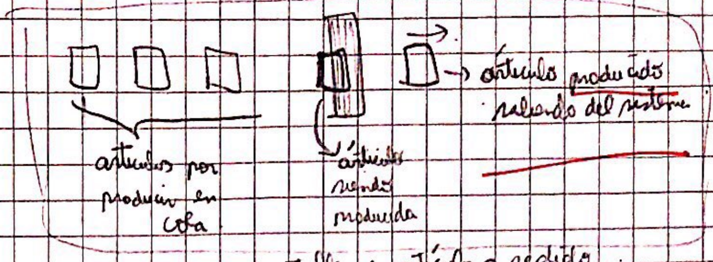


Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

FCI

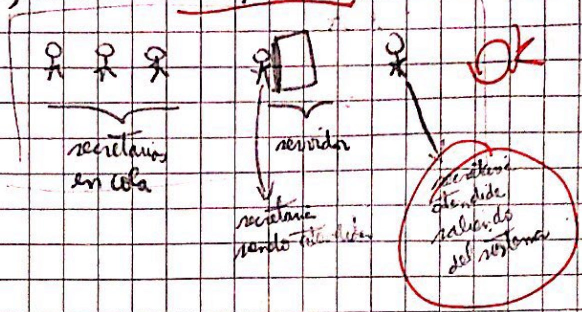
Presente aquí su trabajo

i) M / M / S / DG / C / ∞.

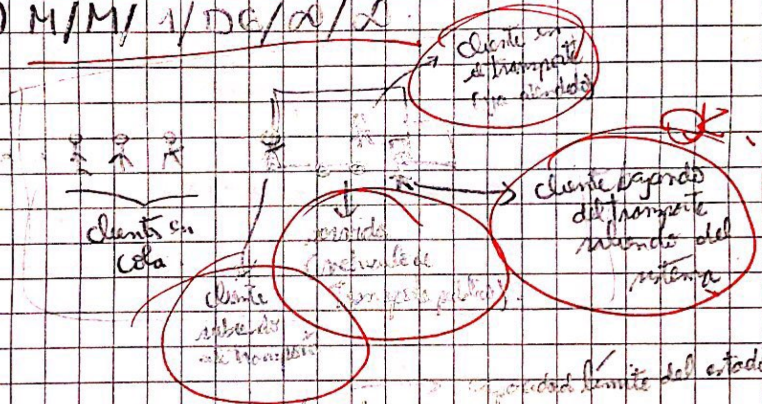


Taller de artículos a pedido

j) M/M/S/DG/C/c

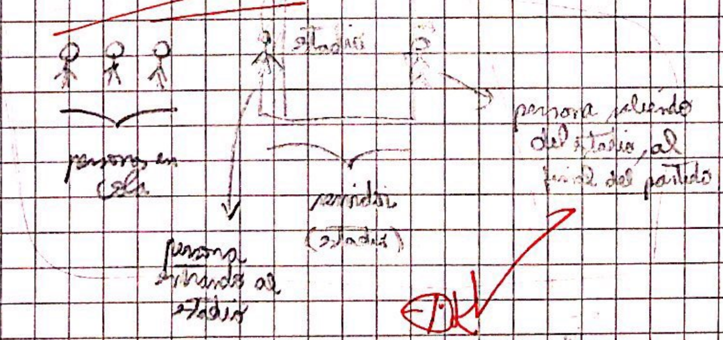


k) M/M/1/DG/∞/∞



capacidad límite del estadio

L) M/M/1/DG/C/∞



Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

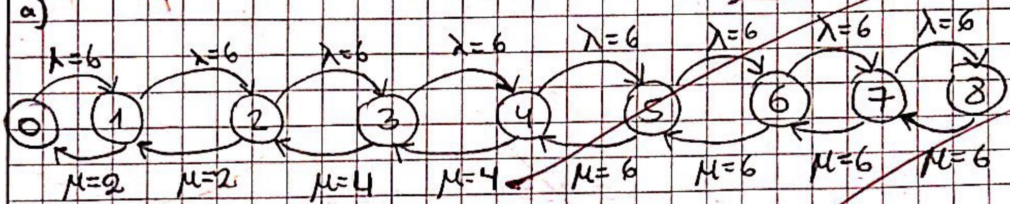
FCI

Presente aquí su trabajo

3) 4,0

3.- Modelo : $M/M/1/DG/8/\infty$

a)



b)

clientes	λ	$M\mu$	C_j	P_j	En cola
0	6	0	1	$7{,}827\cdot10^{-3}$	0
1	6	2	3	0,023481	0
2	6	2	9	0,070443	1
3	6	4	13,5	0,10566	2
4	6	4	20,25	0,1585	3
5	6	6	20,25	0,1585	4
6	6	6	20,25	0,1585	5
7	6	6	20,25	0,1585	6
8	6	6	20,25	0,1585	7

c)

$L = 0(7{,}827\cdot10^{-3}) + 1(0{,}023481) + 2(0{,}070443) + \ldots + 8(0{,}1585)$

$L = 5{,}1363$ personas en el sistema

d)

$L_q = 0(7{,}827\cdot10^{-3}) + 0(0{,}023481) + 1(0{,}070443) + \ldots + 7(0{,}1585)$

$L_q = 4{,}244$ personas en cola.

Scanned with CamScanner

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

FCI

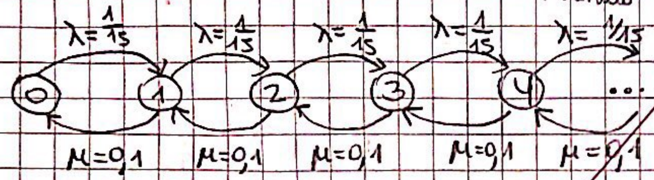
4) 4,5

4.-

Caso 1: M/M/1/DG/∞/∞

$\lambda = \dfrac{1 \text{ estudiante}}{15 \text{ minutos}}$

$\dfrac{1}{\mu} = \dfrac{10 \text{ minutos}}{\text{estudiante}} \Rightarrow \mu = 0{,}1 \dfrac{\text{estudiantes}}{\text{minuto}}$

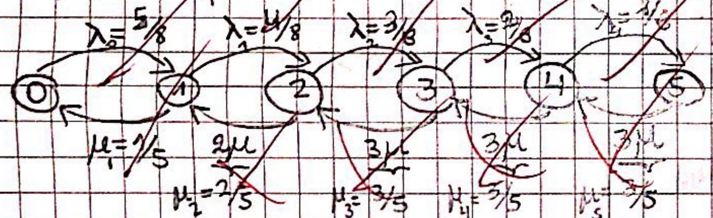


Solo necesario

Caso 2: M/M/~~3~~/DG/5/5

$\dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{8 \text{ días}}{\text{máquina}} \rightarrow \lambda = \dfrac{1 \text{ máquina}}{8 \text{ días}}$

$\dfrac{1}{\mu} = \dfrac{5 \text{ días}}{1 \text{ máquina}} \rightarrow \mu = \dfrac{1 \text{ máquina}}{5 \text{ días}}$



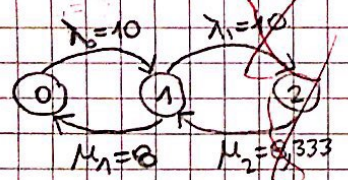
Caso 3:

$\lambda_0 = 10$

$P_0 = \dfrac{4}{5} P_1$

$2P_1 = P_0 + P_2$

Cliente	λ	μ_n	C_j	P_j
0	10	0	1	P_0
1	10	8	$\frac{5}{4}$	$\frac{5P_0}{4}$
2		8,333	$\frac{6}{4}$	$\frac{6P_0}{4}$



1/2

1/0

$2 \cdot \dfrac{5P_0}{4} = P_0 + P_2$

$\dfrac{10P_0}{4} = P_0 + P_2$

$\dfrac{6P_0}{4} = P_2$

$\dfrac{6}{4} = \dfrac{5}{4} \cdot \dfrac{\lambda_1}{\mu_2}$

$\dfrac{6}{5} = \dfrac{\lambda_1}{\mu_2}$

$\dfrac{\lambda_0}{\mu_1} = \dfrac{10}{\mu_1}$

$\dfrac{10}{\mu_1} = \dfrac{5}{4}$

$\mu_1 = 8$

INDICACIONES
PARA EL ALUMNO:

- [ ] Venga a los trabajos prácticos mejor preparado.
- [ ] Llene adecuadamente la carátula.
- [ ] Mejore la presentación de su trabajo.
- [ ] Mejore el orden de su trabajo.
- [ ] Explique mejor el procedimiento seguido.
- [ ] Dibuje mejor los croquis.
- [ ] Tabule más adecuadamente los datos.
- [ ] Presente adecuadamente los resultados.
- [ ] Elabore los cálculos con más esmero.

- [ ] El profesor desea hablar con usted.

ANOTACIONES:

Pregunta	Puntaje parcial
1	3.0
2	6.0
3	4.0
4	4.5
5	
6	
7	
8	
9	
10	
Total	17.5