VII Seminario de Investigación Educativa

"Diálogos para comprender y mejorar la educación"

Las competencias profesionales en matemáticas y su didáctica en la formación inicial de profesores de secundaria/bachillerato

Norma Rubio, Vicenç Font, Joaquim Giménez y Víctor Larios

DEPARTAMENTO DE **EDUCACIÓN**

CENTRO DE **INVESTIGACIONES Y SERVICIOS EDUCATIVOS**

MAESTRÍA EN **EDUCACIÓN**

DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

INTRODUCCIÓN

- La reforma de los currículos de formación inicial de los profesores de las enseñanzas primaria y secundaria da inicio al debate sobre los principios que debieran de fundamentar dichos currículos formativos.
- Esta reforma tiene la tendencia a organizar los currículos para la formación inicial de profesores en términos de competencias.

Un primer contexto

EL MÁSTER de Formación de Profesor de Secundaria de Matemáticas (FPSM)

Formación secuencial

GRADO DE MATEMÁTICAS + Máster profesionalizador (Máster FPSM)

Las competencias del máster FPSM se estructuran en términos de competencias profesionales:

1) genéricas,

2) específicas (matemáticas y su didáctica en nuestro caso)

3) y las que se desarrollan por medio de la práctica.

PROBLEMA

Los currículos por competencias conllevan el problema de cómo conseguir que los profesores tengan la competencia profesional que les permita la evaluación de las competencias matemáticas señaladas en el currículo.

PREGUNTA

¿Cuáles son las competencias profesionales que permiten a los profesores desarrollar y evaluar las competencias, generales y específicas de matemáticas, prescritas en el currículo de secundaria?

DOS MACRO COMPETENCIAS

1) La competencia matemático-epistemológica

2) La competencia en análisis didáctico de procesos de instrucción matemática

Competencias

ACCIÓN + CONTEXTO/CONTENIDO → FINALIDAD

OBJETIVOS

1. Determinar el nivel de competencia inicial (profesional) en (a) el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos que manifiestan los futuros profesores de secundaria/bachillerato y (b) en la evaluación de las competencias matemáticas del currículum escolar de secundaria/bachillerato.

.

OBJETIVOS

2. Diseñar e implementar ciclos formativo-reflexivos multimodales (presencial y online), basado en la “reflexión guiada”, para desarrollar la competencia de análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos en los futuros profesores de secundaria/bachillerato, como paso previo al desarrollo de la competencia profesional en la evaluación de las competencias matemáticas.

MARCO TEÓRICO

Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemática (EOS). Niveles de Análisis Didáctico:

1) Análisis de las prácticas matemáticas
2) Análisis de objetos y procesos matemáticos
3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas y de conflictos semióticos
4) Identificación del sistema de normas y metanormas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio
5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio

MARCO TEÓRICO

- Los niveles de análisis 1-4 son herramientas para una didáctica descriptiva explicativa (para comprender).

  ¿Qué está pasando aquí (y por qué)?

- El nivel de análisis 5 pretende ser una herramienta para una didáctica prescriptiva (para evaluar y para indicar el camino a seguir)

  ¿Qué se debería hacer?

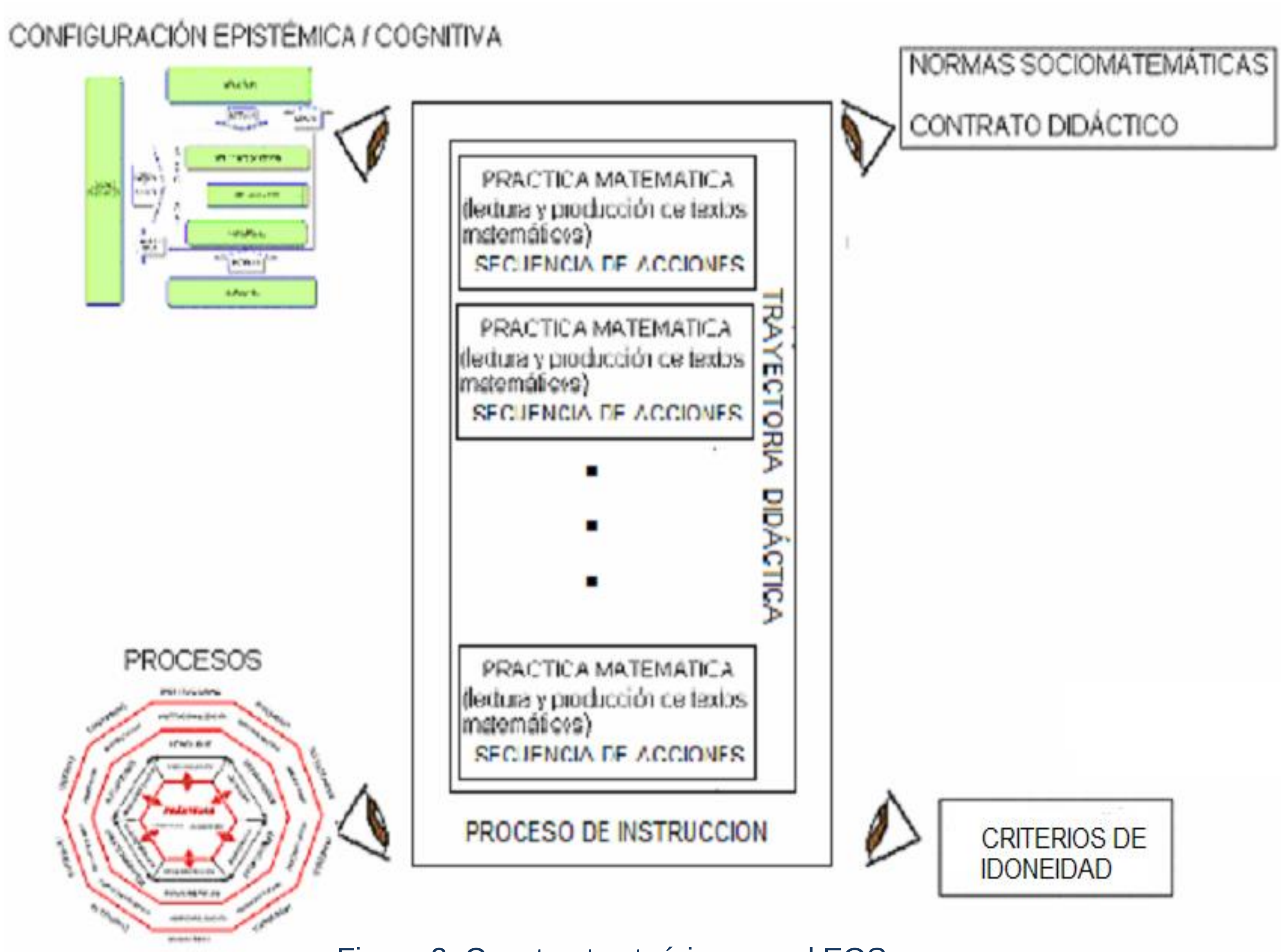


Figura 2. Constructos teóricos en el EOS

METODOLOGÍA

Para los objetivos teóricos, la metodología ha consistido en el análisis de fuentes documentales de tipos epistemológico, cognitivo, semiótico y didáctico.

El posicionamiento personal adoptado, sobre las diferentes fuentes, se ha producido de forma dialéctica con la fase empírica.

Para los objetivos experimentales, la metodología ha consistido en los diseños e implementación de experimentos de enseñanza: talleres y ciclos formativos.

METODOLOGÍA

En relación con el primer objetivo:

Para determinar el nivel de competencia de los (futuros) profesores sobre el análisis didáctico de objetos y procesos activados en las prácticas matemáticas se les propone dos tipos de situaciones. Primero, un episodio de aula y se pregunta a los participantes que lo analicen sin dar ninguna instrucción previa (se pretende que utilicen su conocimiento previo).

METODOLOGÍA

Se trata de observar si ponen el énfasis en la valoración o en la descripción y, con respecto a esta última, si son capaces de describir prácticas matemáticas y objetos y procesos activados en dichas prácticas (análisis del otro). Después se les propone resolver algunos problemas y se les pregunta que analicen las prácticas y procesos activados en su resolución (análisis de uno mismo).

A continuación se muestra una parte del análisis didáctico del episodio realizado por diversos alumnos, donde se muestran los diferentes *niveles de análisis didáctico matemático.*

Prácticas y objetos matemáticos

- La chica que lo resuelve da muestras de conocer las práctica M. pero no la aplicación real de la misma, dado que olvida las unidades, es decir, las personas. Tampoco explica la ecuación final, ni el significado del resultado final.

A continuación se muestra una parte del análisis didáctico del episodio realizado por diversos alumnos, donde se muestran los diferentes *niveles de análisis didáctico matemático.*

Escriban sus conclusiones del análisis didáctico realizado a partir de la transcripción del episodio de clase.

En el episodio expuesto aparecen 4 personajes de los que hemos analizado su comportamiento de la siguiente manera:

- PROFESOR

Deja hablar a los alumnos retándoles a que expongan sus soluciones.
Por otro lado, no indaga suficiente en las situaciones planteadas por Emilio y no aclara las dudas a Mateo.

Gestión de la interacción

- EMILIO

No asume la competencia matemática, es decir, no es capaz de relacionar la realidad con la matemática.
Pese a que participa e intenta aportar su versión del problema, no sabe cómo modelizar este caso real de forma matemática.

Procesos matemáticos

. . . .

CONCLUSIÓN

Por las diferencias de niveles y/o personalidades, el grupo no ha conseguido llegar a un consenso. No se han apoyado los unos en los otros y se han mostrado muy poco dialogantes y cerrados en su opinión.

Dada la situación, el profesor debería adoptar un papel más activo en el grupo. Debería actuar para que Alicia, que es la que tiene un mejor nivel, asuma el rol de tutor en el grupo dejando aportar ideas a sus compañeros y explicando su solución.

Valoración

Alicia: Trata de resolver el problema pensando cómo es que el maestro quiere que lo resuelvan y haciendo uso de ecuaciones sólo esperando la aprobación del maestro porque ignora los comentarios de los compañeros

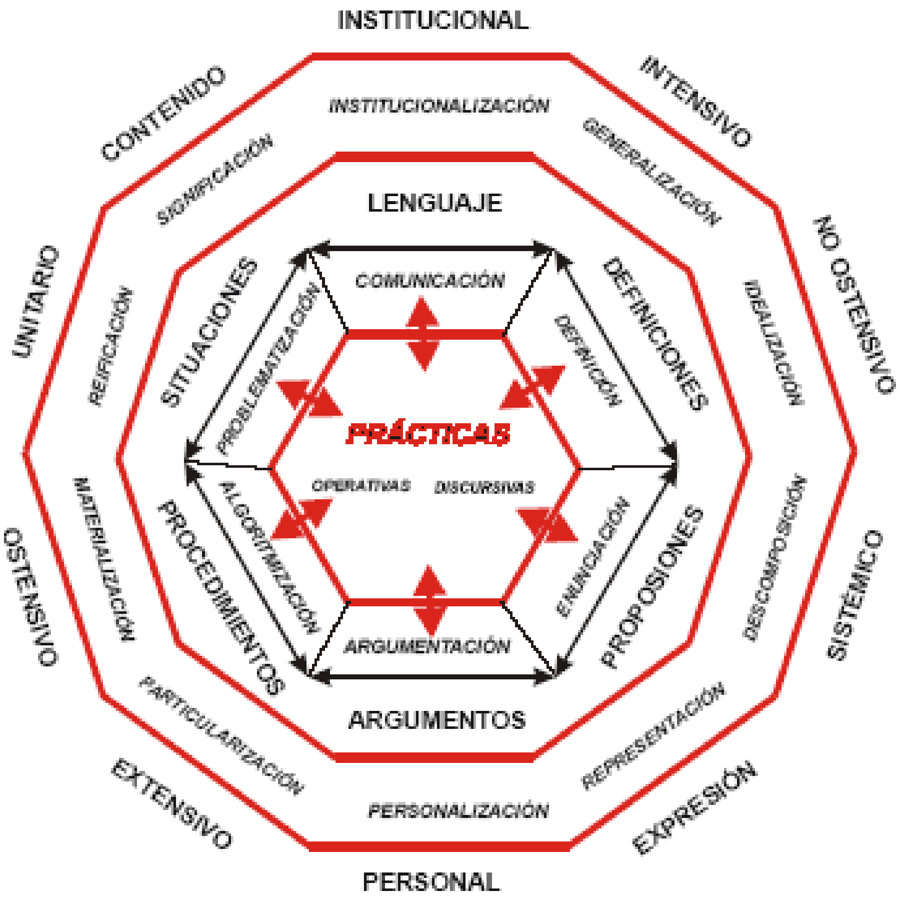
Normas

Concluimos que Alicia, Mateo y el Maestro entran en el contrato didáctico.

METODOLOGÍA

En relación con el segundo objetivo:

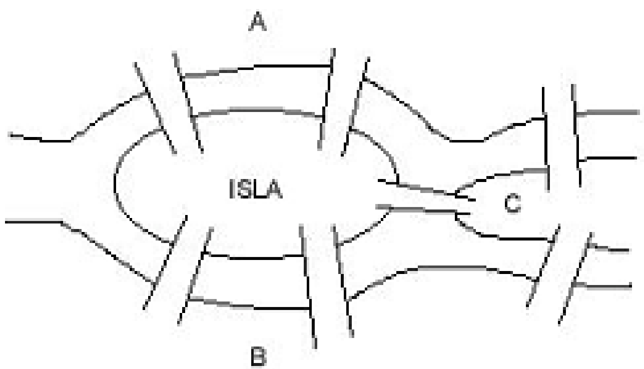
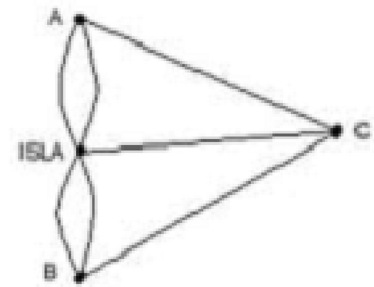
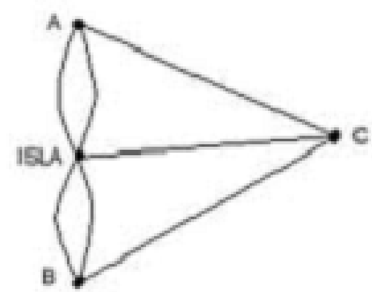
El diseño de un ciclo formativo consiste en (1) selección y transcripción de diferentes episodios de aula, (2) análisis didáctico “experto” de dicho proceso aplicando los cinco niveles propuestos en el EOS (3) selección de los episodios que se consideren potencialmente más “ricos”, (4) diseño de hojas de trabajo que permitan guiar a los alumnos en la aplicación de los 5 niveles de análisis del análisis didáctico (EOS).



Se consideran los 16 procesos asociados a las configuraciones y a las facetas duales, presentándose ejemplos de cada uno de ellos.

Procesos y objetos matemáticos en el **EOS**

Objetos Matemáticos / Procesos	Lenguaje	Situación Problema	Definiciones	Proposiciones	Procedimientos	Argumentos
Algoritmización						
Argumentación						
Particularización						
Generalización						
Idealización						
Materialización						
Representación						
Significación						
Reificación						
Descomposición						
Personalización						
Institucionalización						
Comunicación						
Significación						
Enunciación						
Problematización						

Entrada	Procesos	Salida	Objetos
Puentes de Königsberg Dos islas en el río Pregel que cruza Königsberg se unen entre ellas y con la tierra firme mediante siete puentes. ¿Es posible dar un paseo empezando por una cualquiera de las cuatro partes de tierra firme, cruzando cada puente una sola vez y volviendo al punto de partida?  	**Idealización**	El problema anterior se puede trasladar a la siguiente pregunta: ¿se puede recorrer el dibujo terminando en el punto de partida sin repetir las líneas?  	Concepto (Grafo)
Idea de Grafo	**Materialización**	 	Lenguaje ostensivo (represntación geométrica)

Entrada	Procesos	Salida	Objetos
Definición de límite	**Reificación**	$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$	Concepto (de límite/derivada)
$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$	**Descomposición**	Interpretamos el límite como el valor al cual se aproximan las tasas medias de variación $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ cuando $h \to 0$, y después focalizamos nuestra atención en esta clase.	Concepto (de límite/derivada)

Ejemplos de procesos asociados a las configuraciones y a las facetas duales
Fuente: Font, Rubio y Contreras (2008)

Procesos y megaprocesos

Objetos Matemáticos / **PROCESOS**	**Lenguaje: Verbal, simbólico, gráfico...**	**Situación Problema**	**Definiciones Conceptos previos** y/o **emergentes**	**Propiedades Proposiciones Teoremas**	**Procedimientos Técnicas Métodos**	**Argumentos**
Algoritmización / Mecanización / Práctica (en el sentido de repetición) / Trabajo de técnica / . . .						
Particularización /Ejemplificación/ Identificación/ Distinción Aplicación / Contextualización /Reconocimiento/Detección/ . . .						
Generalización						
Idealización / Esquematización / Abstracción						
Materialización / Representación externa (gráfica, expresión simbólica, etc., realizada en papel, pizarra, ordenador, etc.)						
Significación/ Comprensión/Interpretación						
Síntesis/ Reificación/ Unificación/Encapsulación						
Análisis/ Descomposición/ Desencapsulación						
Personalización / Construcción/Representación interna						
Institucionalización						
Enunciación (expresar conjeturas, propiedades, dar definiciones,...)						
Problematización						
Argumentación/ Justificación/ Demostración/ Explicación						
MEGAPROCESOS						
Procesos de conexión (Procesos de analogía, Procesos metafóricos, Procesos de comparación, Procesos de relación, ...)						
Resolución de problemas						
Comunicación						
Modelización						

METODOLOGÍA

El material fue elaborado para su uso presencial y también online. Ahora bien, en este objetivo se insiste en especial en el análisis de la idoneidad epistémica y en sacar conclusiones de lo que se debe mejorar, con el objetivo de que el futuro profesor diseñe una mejora de la secuencia que ha analizado.

METODOLOGÍA

Participantes

- Un grupo de docentes de Matemática de educación secundaria en ejercicio (Perú).
- Un grupo de estudiantes de Matemáticas de un curso de Didáctica de las Matemáticas (Barcelona)
- Un grupo de estudiantes de maestría en enseñanza de las Matemáticas (PUCP).
- Un grupo de estudiantes del Máster de Formación del profesorado (UB)

RESULTADOS

En el taller (piloto) con profesores de secundaria del Perú, se puso de manifiesto:

1) La necesidad de que el profesor tenga competencia matemática y (2) la ambigüedad de los constructos PISA 2003 cuando un profesor los quiere aplicar al análisis de la actividad matemática necesaria para resolver una tarea.

Pese a la ambigüedad en la asignación de los niveles de complejidad a un problema, la moda coincidía con el nivel de complejidad asignado a los problemas propuestos PISA 2003 (Carpintero y Chatear).

RESULTADOS

Los estudiantes (UB), con mucha competencia matemática, con nula experiencia docente y sin estudios de postgrado en Didáctica de las Matemáticas, mostraron (1) tener competencia matemática, al resolver los problemas PISA 2003 propuestos y (2) se corroboró otra vez la ambigüedad de los constructos PISA ya que los participantes no coincidieron en las competencias activadas que se inferían de una solución a uno de los problemas propuestos, ni en los niveles de complejidad asignados en dicho informe a los mismos problemas. En este caso, la moda no coincidió con el nivel de complejidad asignado en el informe PISA 2003 en tres de los cinco problemas propuestos.

RESULTADOS

Los profesores de secundaria del Perú, con competencia matemática, con experiencia docente y con estudios de postgrado en Didáctica de las Matemáticas:

(1) desconocían inicialmente y en su mayoría los constructos PISA 2003, (2) tuvieron dificultad para aplicar las matemáticas que conocían a problemas de contexto extramatemático, (3) se evidenció que una condición necesaria para la evaluación de competencias matemáticas, es el tener competencias matemáticas, (4) Se corroboró la ambigüedad de los constructos PISA. En este caso, la moda no coincidió con el nivel de complejidad asignado en el informe PISA 2003 en tres de los siete problemas propuestos.

RESULTADOS

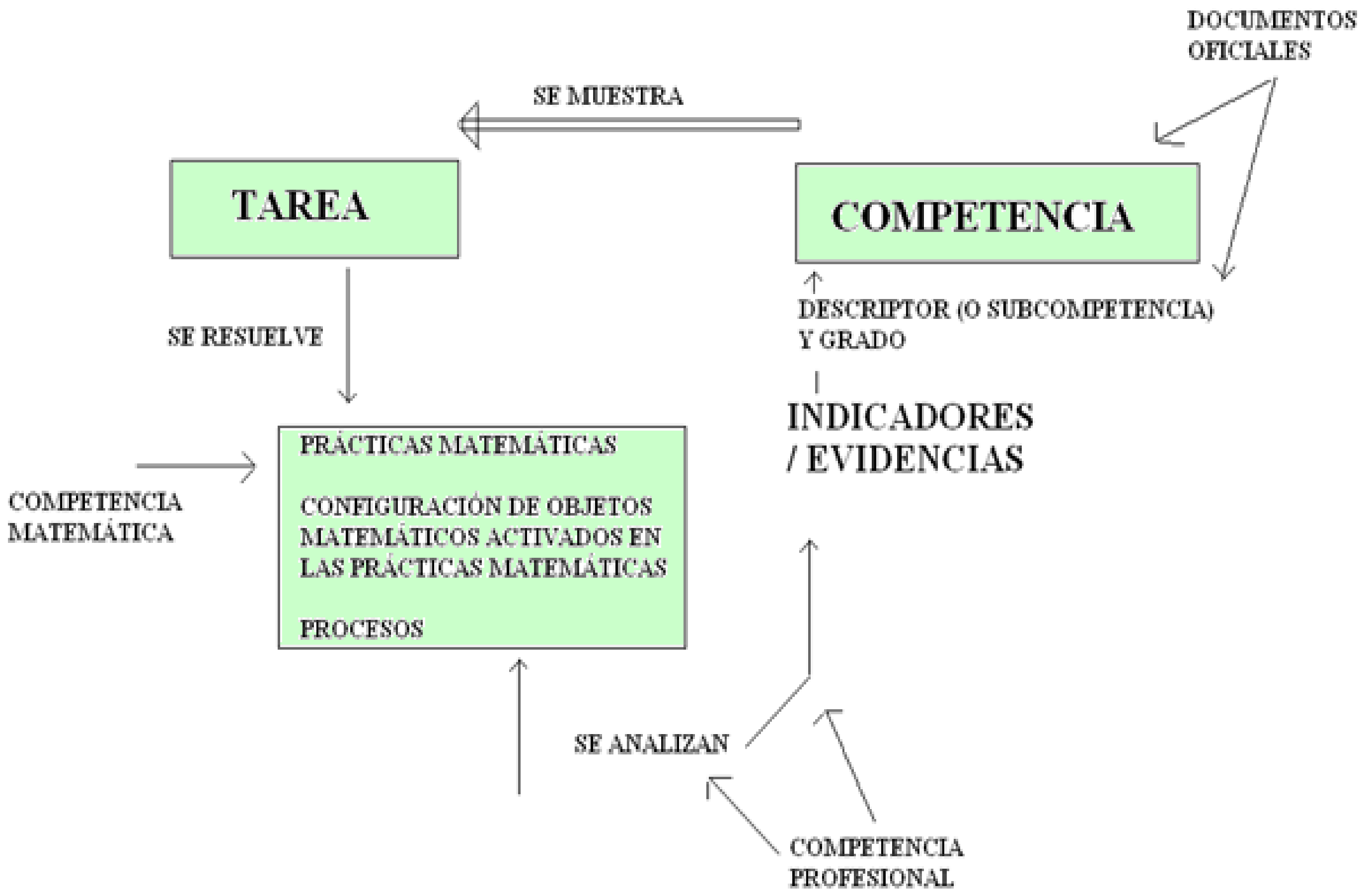
- A pesar de la ambigüedad que se produce al inferir procesos, la moda de las respuestas de los alumnos *del Máster de FPSM de la UB* coincide con la inferencia de procesos que se realiza utilizando el EOS.
- En nuestra opinión, se trata de un resultado que permite ser optimista con relación a la enseñanza de procesos ya que, dentro de la ambigüedad inevitablemente asociada a la enseñanza de este tipo de contenido, es posible llegar a un cierto consenso sobre su terminología y conceptualización.

RESULTADOS

- Un aspecto que nos pareció muy relevante en la experimentación del CF es que hay alumnos, con competencia matemática que, por propia iniciativa, infieren competencias a partir del APOPM realizado para describir la actividad matemática desarrollada por un alumno.
- Se trata de un caso relevante para la investigación que se presenta ya que metafóricamente se puede considerar como un "teorema de existencia" para este objetivo.

RESULTADOS

- En el CF implementado se enseñó a los alumnos a realizar una evaluación analítica de competencias a partir del APOPM.
- Los futuros profesores mayoritariamente consideraron que este tipo de evaluación podía ser útil.
- Además, manifestaron considerarse competentes para poder realizarla.



Competencia matemática y competencia en análisis didáctico

Fuente: Rubio, N. (2012)

PROPUESTA DE MÉTODO DE EVALUACIÓN ANALÍTICO, A POSTERIORI Y GLOBAL DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

1) Resolver el problema
2) Hacer un análisis del problema destacando algunas acciones, objetos y procesos.
3) Para cada una de las competencias (PISA) decidir, a partir del análisis realizado en el punto 2, si la competencia es de reproducción, conexión y reflexión
4) Asignar el problema a uno de los tres grupos, según el nivel que hayamos asignado a las diferentes competencias,
5) Retroalimentación al alumno.

Tomada de "*Competencias del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos", Rubio, N. (2012) . Tesis doctoral no publicada. Universitat de Barcelona, España.*

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Nuestra conclusión después de toda la experimentación realizada es que podemos confirmar si los profesores no son competentes en el análisis de prácticas, procesos y objetos matemáticos, no lo serán en la evaluación de competencias.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En la implementación de los dos CF, se ha puesto de manifiesto que el modelo de análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos (APOPM), basado en el EOS (propuesto en el capítulo 5) es el elemento esencial del método de evaluación analítica y global de competencias matemáticas del informe PISA 2003 propuesto en esta memoria de investigación.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- El APOPM es un modelo de análisis no exento de ambigüedades, tal como se ha visto a lo largo de la experimentación, pero si a los alumnos se les enseña dicho método de manera muy pautada, se trata de una ambigüedad con la que se puede convivir ya que se consigue que el grupo mayoritario llegue a los mismos resultados en la evaluación de competencias.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Los currículos de secundaria por competencias son currículos ambiciosos, ya que desarrollar y evaluar competencias son tareas complejas que exigen al profesor una formación muy cualificada.
- Para conseguir este tipo de formación se ha de modificar tanto la formación inicial de profesores de secundaria como la continua.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Ahora bien, esta nueva formación debería estar orientada por investigaciones como la que estamos presentando.
- Nuestra investigación muestra que el análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos (APOPM) es un componente esencial de la competencia en análisis didáctico y se han diseñado e implementado ciclos formativos para su desarrollo.

PUBLICACIONES ASOCIADAS

Font, V., Rubio, N y Contreras, A. (2008). Procesos en matemáticas. Una perspectiva ontosemiótica., en Lestón P. (ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 21 (pp.* 706-715). México D. F.: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Font, V. y Rubio, N. (2012). El paso de la argumentación informal a la deducción, un aspecto clave en el desarrollo de la competencia argumentativa. *El desarrollo de competencias en las clases de ciencias y matemáticas. pp. 207 - 225. Venezuela:* Talleres Gráficos Universitarios.

PUBLICACIONES ASOCIADAS

Font, V.; Rubio, N. (2011). El Análisis Didáctico en el marco del Enfoque Ontosemiótico. En S. E. Ibarra y M. C. Villalva (Eds.), *Memorias de la XX Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas (197 – 199) Sonora (México):* Universidad de Sonora.

Font, V. y Rubio, N. (2011). Competencia profesional de los futuros profesores en la evaluación de competencias matemáticas. *Actas del VI Congreso Internacional de Docencia Universitaria e Innovación (VI CIDUI) (1-25). Barcelona: UPC.*

PUBLICACIONES ASOCIADAS

Font, V. y Rubio, N. (2012). El paso de la argumentación informal a la deducción, un aspecto clave en el desarrollo de la competencia argumentativa. *El desarrollo de competencias en las clases de ciencias y matemáticas. pp. 207 - 225. Venezuela:* Talleres Gráficos Universitarios.

Rubio, N. (2012) *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos*. Tesis doctoral. Universitat de Barcelona. España.

PUBLICACIONES ASOCIADAS

Rubio, N. y Font, V. (2009). Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003. *Actas IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas. En C.* Gaita (Ed.). Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.

Rubio, N. y Font, V. (2012). Competencia inicial de futuros profesores en la evaluación de competencias matemáticas. En V. Font, J. Giménez, V. Larios y L. F. Zorrilla (Eds.). *Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato.* Barcelona: Publicaciones de la Universitat de Barcelona.

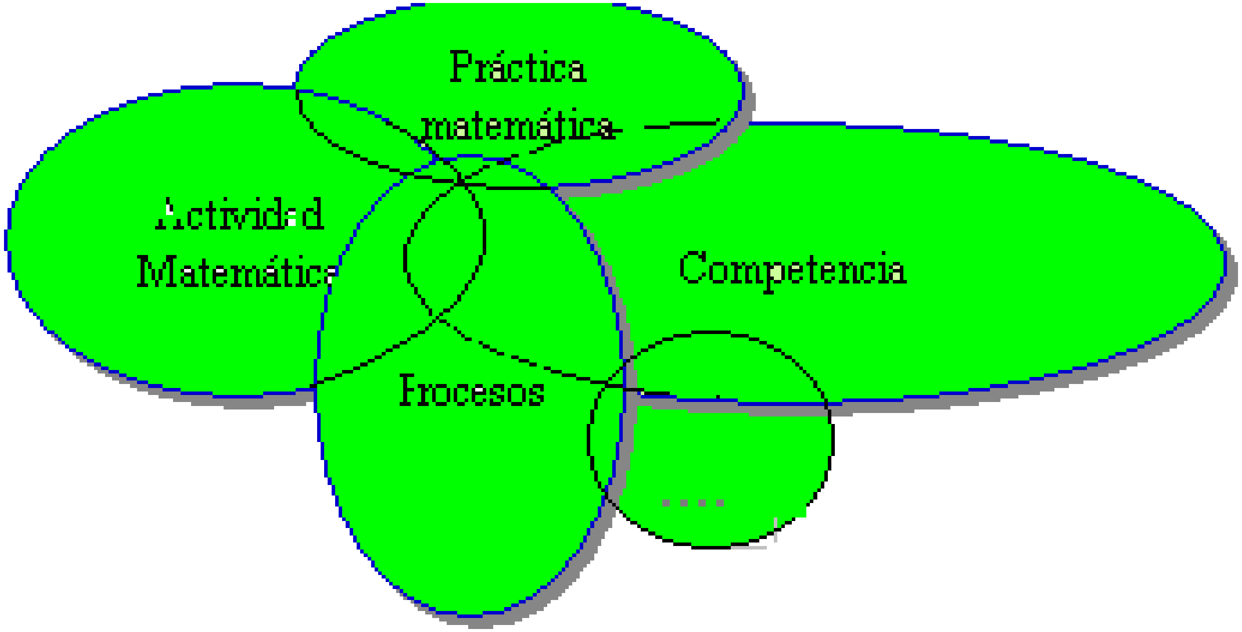
PUBLICACIONES ASOCIADAS

Rubio, N., Font, V. y Giménez, J. (2010). Professional competence of future teachers in the assessment of Mathematical competencies. In Pinto, M.M.F.& Kawasaki, T.F.(Eds.). *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2, pp. 100.* Belo Horizonte, Brazil: PME

Rubio, N., Font, V. y Planas, N. (2008). Análisis didáctico, una mirada desde el enfoque Ontosemiótico. *Actas III Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas. En C.* Gaita (Ed) .pp. 159 - 181. Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.

Prácticas matemáticas

El término práctica matemática tiene un territorio compartido con otros términos también utilzados en la Matemática Educativa



¿Qué se entiende por práctica matemática?

- Lo primero que hay que resaltar es que la realización de una práctica por una persona tienen un componente observable y un componente no observable directamente.

- Si nos fijamos en la parte observable podríamos considerar la práctica matemática como la lectura y producción de textos matemáticos , pero conviene matizar esta idea para **no confundir práctica con conducta**.

- Hay que distinguir entre conducta humana, entendida como comportamiento aparente y observable de las personas, y práctica, que en tanto que acción humana orientada a una finalidad tiene un sentido, tanto para quien la realiza como para quien la interpreta. En el caso de las prácticas matemáticas su sentido viene determinado por la función que esta práctica desempeña en los procesos de resolución de un problema, o bien para comunicar a otro la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas.

- Hay que resaltar que esta manera de entender el sentido de las prácticas matemáticas implica que se las considera acciones sujetas a reglas.

- Una primera manera de conceptualizar las prácticas matemáticas es considerarlas como **la lectura y producción de textos matemáticos**
- Una segunda conceptualización de práctica matemática es la que proponen Godino y Batanero (1994, p. 334):

  Llamamos práctica a toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien (persona o institución) para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas.

- Las prácticas matemáticas se suceden a largo del tiempo, por tanto una buena manera de describirlas es mediante **la narración** de lo sucedido.

- De hecho la narración de prácticas matemáticas es el discurso que suele utilizar un profesor cuando quiere explicar con detalle a otro profesor lo que ha explicado en sus clases.

Objetos matemáticos

- De manera amplia se puede entender por objeto matemático a todo aquello que, de alguna manera, está formando parte de la práctica matemática. Por tanto, ***ser*** objeto matemático es ***estar participando***, de alguna manera, en la práctica matemática.

- "Objeto matemático" **es una metáfora** que consiste en trasladar una de las características de las cosas físicas (la posibilidad de separación de otras "cosas") a las matemáticas. Por tanto, de entrada, todo lo que se pueda "individualizar" en matemáticas será considerado como objeto (un concepto, una propiedad, una representación, un procedimiento, etc.).

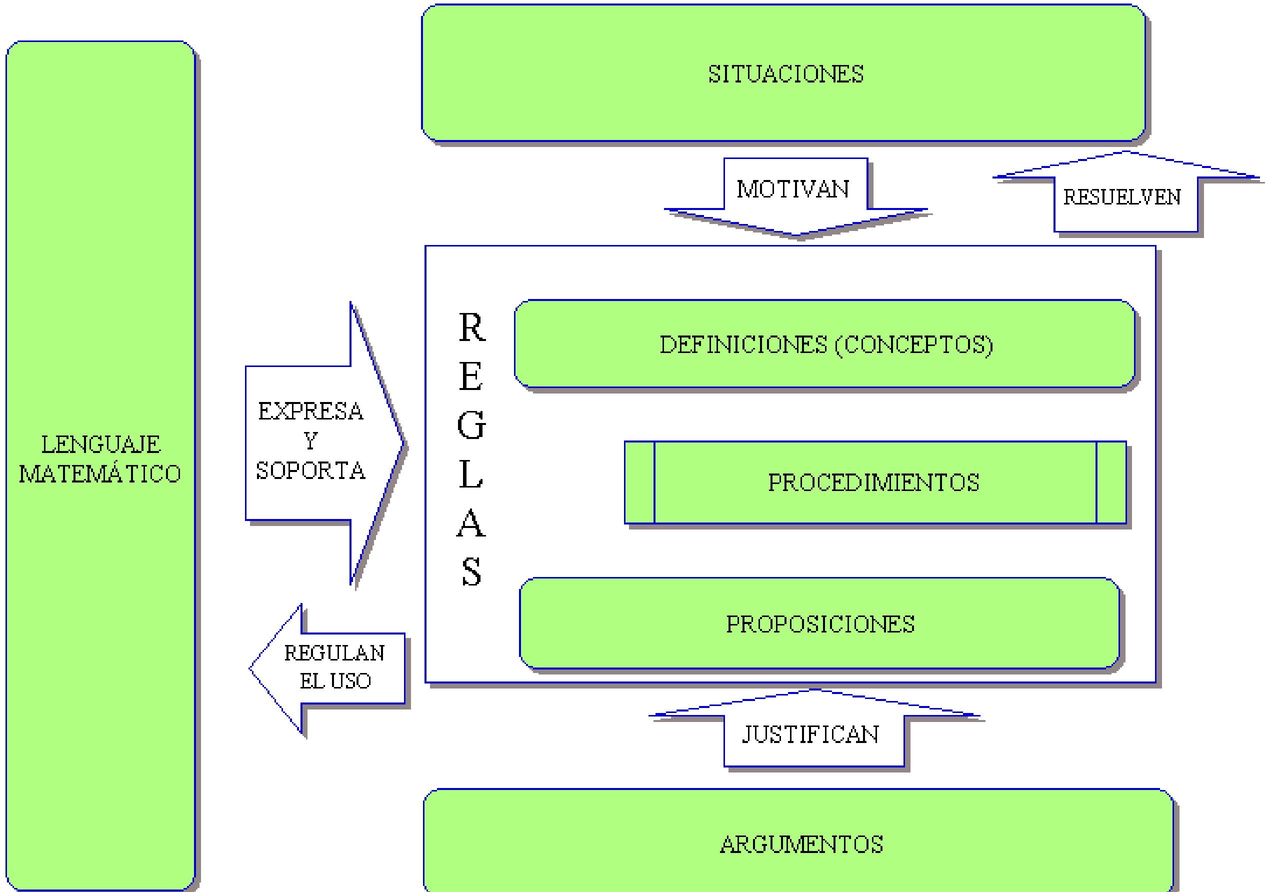
- Hay que resaltar que cuando se entiende de esta manera a los objetos matemáticos se hace un uso muy amplio (débil) del término "objeto matemático" ya que de hecho **"todo" puede ser "objeto".** Este uso general o débil de objeto es el que se hace también en el interaccionismo simbólico (Blumer, 1969).

- Consideramos útil hacer, de entrada, este uso amplio (débil) de la expresión "objeto matemático": Objetos matemáticos no son solo los conceptos, sino cualquier entidad o cosa a la cual nos referimos, o de la cual hablamos, sea real, imaginaria o de cualquier otro tipo, que interviene de algún modo en las prácticas matemáticas.

- La afirmación de que todo lo que está participando en las prácticas matemáticas es objeto matemático se puede ir concretando.

- En un primer nivel tenemos una tipología de entidades que están participando (por ejemplo, se pueden observar en un texto matemático) en la práctica matemática (problemas, definiciones, proposiciones, etc.), que llamaremos objetos primarios.

CONFIGURACIONES DE OBJETOS



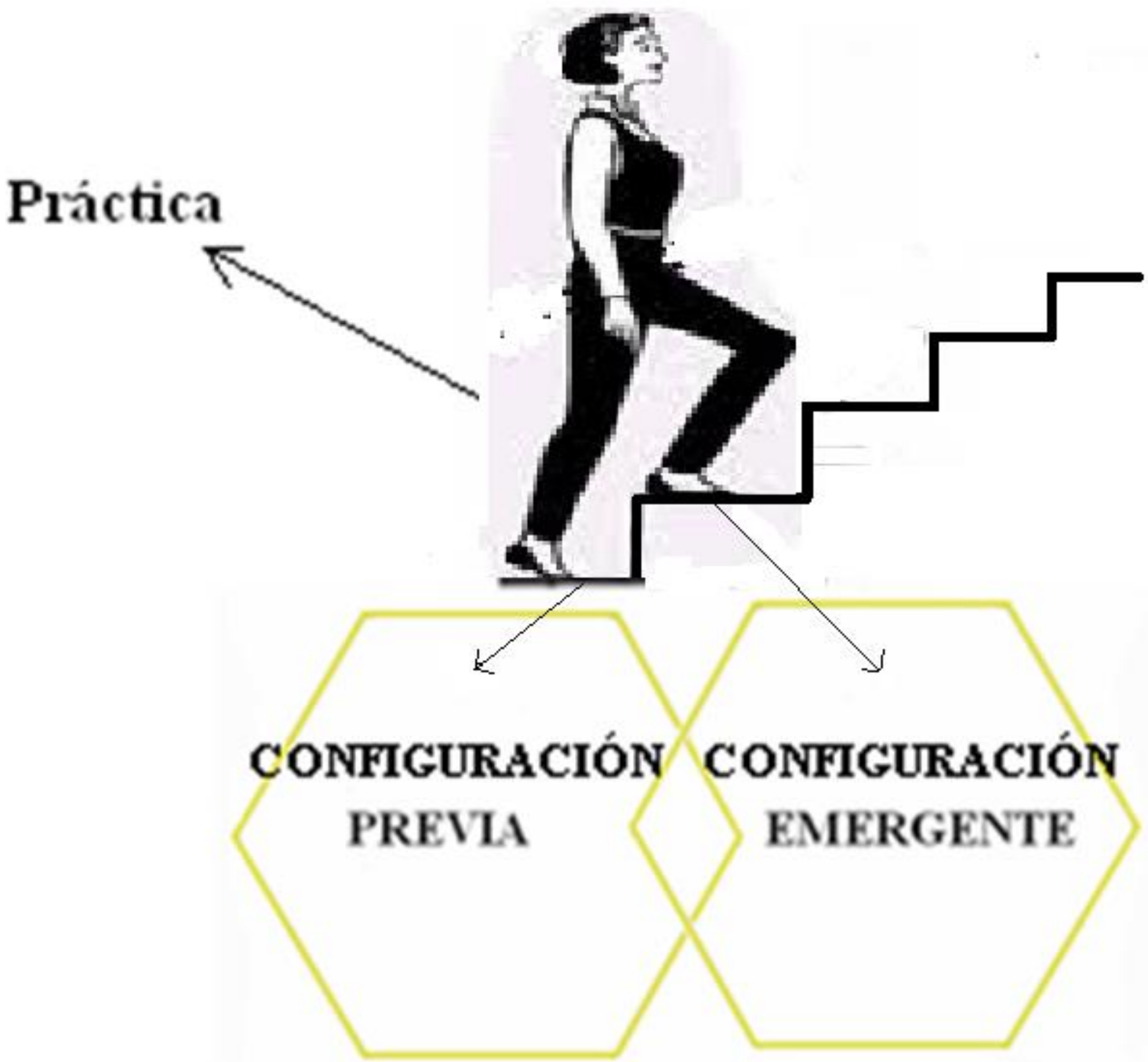
REALIZACIÓN DE UNA PRÁCTICA

OBJETOS PREVIOS Y EMERGENTES

- La realización de una práctica es algo complejo que moviliza diferentes elementos, a saber, un agente (institución o persona) que realiza la práctica, un medio en el que dicha práctica se realiza (en este medio puede haber otros agentes, objetos, etc.).

- Puesto que el agente realiza una secuencia de acciones orientadas a la resolución de un tipo de situaciones problemas, es necesario considerar también, entre otros aspectos, fines, intenciones, valores, **objetos y procesos matemáticos.**

- Para explicar cómo emergen nuevos objetos primarios a partir de las prácticas, nos será muy útil la metáfora “subir una escalera”.
- Cuando subimos una escalera siempre nos estamos apoyando en un pie, pero cada vez el pie está en un escalón superior.
- La práctica matemática la podemos considerar como “subir la escalera”. El escalón en el que nos apoyamos para realizar la práctica es una configuración de objetos primarios ya conocida, mientras que el escalón superior al que accedemos, como resultado de la práctica realizada, es una nueva configuración de objetos en la que alguno (o algunos) de dichos objetos no era conocido antes.


Práctica
CONFIGURACIÓN PREVIA
CONFIGURACIÓN EMERGENTE